РОССИЙСКАЯ СОЦИАЛИСТИЧЕСКАЯ ФЕДЕРАТИВНАЯ СОВЕТСКАЯ РЕСПУБЛИКА

Пролетарии всех стран, соединяйтесь!

Д. А. Бем, А. А. Волков, Р. Э. Струве

СОКРАЩЕННЫЙ
СБОРНИК УПРАЖНЕНИЙ И ЗАДАЧ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОМУ КУРСУ
АЛГЕБРЫ

Часть I



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
1921

Гиз. № 2241 (Р. В. Ц. Москва.) Отпеч. 100.000 экз.

1-я Образцовая тип. М. С. Н. Х., Москва, Пятницкая, 71.

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ.

Выпуская «Сокращенный сборник упражнений и задач по элементарному курсу алгебры», составители руководились тою же основной мыслью, что и при издании двухтомного «Сборника упражнений и задач», а именно, что идея функциональной зависимости и графического представления функций должны быть введены в изложение алгебры с первых ступеней ее преподавания. Выпускаемый сборник содержит разбор на задачах основных вопросов алгебры, кончая теорией квадратных уравнений и учением о логарифмах и прогрессиях. Он предназначается для тех учебных заведений, где курс алгебры ограничивается перечисленными отделами.

Д. Бем, А. Волков, Р. Струве.

Июль 1916 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ.

Настоящее издание представляет собою переработку предыдущего.

Введен ряд новых задач, часть задач изменена, а некоторые отделы дополнены.

Для облегчения пользования первыми изданиями наряду с третьим приняты следующие меры: 1) сохранена нумерация задач предыдущих изданий; 2) в случае пропуска каких-либо задач, бывших во втором издании, № пропущенной задачи не заполняется следующей задачей, а просто опускается; 3) вновь прибавленные задачи получают № предшествующей задачи с прибавкой литер: а, б и т. д. № задач, в которых сделаны изменения, помечены звездочкой.

Д. Бем. Р. Струве.

Октябрь 1921 г.

ОТДЕЛ ПЕРВЫЙ.

ПЕРВАЯ ГЛАВА.

Употребление букв.

§ 1. Число и действия (повторение известного из курса арифметики). Геометрическое представление чисел на прямой (ось).

1. Начертить прямую, выбрать на ней произвольную точку O (начало) и в определенном направлении (вправо) отложить на ней:

1) 1 см., 2 см., 3 см., 4 см. и т. д.

2) 1 дм., 2 дм., 3 дм., 4 дм. и т. д.

2. Назвать ряд натуральных чисел (числа, получаемые при счете, называются **натуральными или целыми** числами) и представить их точками на оси в масштабе:

1) единица = 1 см.; 2) един. = 5 мм.; 3) един. = 5 линий.

3. Какое число изображается точкой, расстояние которой от начала равно: 1) 6 см., 2) 10 см., 3) 2 дцм. 4) 1 мтр., 5) 8 мм., 6) 15 мм., если принять масштаб:

а) единица = 1 см.; б) единица = 2 мм.,

в) единица = 2 см.; г) единица = 1 дцм.

4. Приняв масштаб: единица = 4 см., изобразить на прямой числа: 3; 2; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{40}$; 0,25; 0,4; 0,6; 0,75.

5. Что значит сложить два натуральных числа, напр., 2 и 3? Как называются числа, данные для сложения? Как называотся результат сложения?

6. Показать на числовой прямой (на оси), что

1) $3+5=8$; 2) $2+7=9$.

В каком направлении перемещаемся мы при сложении? Всегда ли выполнимо сложение двух натуральных чисел?

7. Что значит вычесть 3 из 5? Какое действие называется вычитанием? Как называется число, из которого вычитают? Как называется число, которое вычитают? Как называется результат вычитания?

8. Показать на числовой прямой, что

1) $5-3=2$; 2) $8-3=5$.

9. Построить на оси разности:

1) $6-3$; 2) $6-4$; 3) $6-5$; 4) $6-6$; 5) $6-7$.

В каком направлении мы перемещаемся при вычитании? Есть ли на оси помеченные точки слева от O?

Всегда ли выполнимо вычитание натуральных чисел? Указать, в каком случае вычитание выполнимо и в каком нет.

10. Что значит умножить 4 на 5? Что называется умножением на целое число? Какой знак употребляется при умножении? Как называются числа, данные для умножения? Как называется результат умножения?

11. Показать на оси, что 1) $2 \cdot 3=6$; 2) $3 \cdot 5=15$.

Какое число получается при умножении натурального числа на натуральное? Всегда ли выполнимо умножение двух натуральных чисел?

12. Что значит разделить 20 на 4? Какое действие называется делением? Какой знак употребляется для обозначения деления? Как называются данные и искомое в делении? Как записать решение задачи: разделить 20 на 4?

13. Произвести на оси деление: 1) $6:2$; 2) $6:3$; 3) $3:2$.

Всегда ли деление одного натурального числа на другое выполняется без остатка? Каким числом может быть выра-

чен результат деления, когда оно не выполняется без остатка?

Как записать решение задачи: 1) 8 : 3; 2) 3 : 5?

14. Что значит сложить две дроби с одинаковыми знаменателями? Всегда ли выполнимо сложение двух дробей?

15. Произвести умножение:

1) $2 \cdot \frac{3}{4}$; 2) $3 \cdot 0,4$; 3) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7}$; 4) $1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{3}$.

Что значит умножить число на $\frac{3}{5}$?

16. 1) Какая связь существует между сложением и вычитанием? В каком смысле вычитание называется действием, **обратным** сложению?

2) В чем состоит связь между делением и умножением? В каком смысле деление называется действием, **обратным** умножению?

Сложить два натуральных числа значит к единицам первого числа присчитать единицы второго.

Сложить две дроби с одинаковыми знаменателями значит к долям одной дроби присчитать доли другой дроби.

Вычесть из одного числа другое значит найти число, приложив которое ко второму, получим первое.

Умножить данное число на натуральное число значит взять данное число слагаемым столько раз, сколько единиц в натуральном множителе.

Умножить данное число на дробь значит разделить данное число на знаменатель дроби и результат умножить на числитель. Умножением на дробь называется *совокупность* двух действий: деления на знаменатель дроби и умножения на числитель.

Разделить одно число на другое значит найти число, умножив которое на второе из данных чисел, получим первое.

Сложение и умножение называются *прямыми* действиями, вычитание и деление—*обратными*. Сложение и вычитание называются действиями *первой ступени*, умножение и деление—действиями *второй ступени*.

§ 2. Значение скобок и их употребление.

17. Указать, в каком порядке должны быть произведены действия в следующих примерах, и вычислить:

1) $(3+5)+4$; 2) $3+(5+4)$;
3) $(8-3)+2$; 4) $8-(3+2)$;
5) $(8-4)-3$; 6) $8-(4-3)$.

18. Указать в следующих примерах, где можно опустить скобки, где нельзя, и почему?

1) $(25-10)+8$; 2) $25-(10+3)$;
3) $(25+7-11)+8$; 4) $(25+7)-(11+8)$;
5) $[(36-14)-2]+6$; 6) $[36-(14-2)]+6$.

19. Указать, в каком порядке должны быть произведены действия в следующих примерах, и вычислить:

1) $(4 . 3) . 5$; 2) $4 . (3 . 5)$; 3) $(8 : 4) . 2$; 4) $8 : (4 . 2)$.

20. Указать в следующих примерах, где можно опустить скобки, где нельзя, и почему:

1) $(60 : 4) . 3$; 2) $60 : (4 . 3)$; 3) $(144 . 6) : 2$; 4) $144 . (6 : 2)$.

21. Указать, в каком порядке должны быть произведены действия в следующих примерах, и вычислить:

1) $(12 . 4)+(5 . 3)$; 2) $(12 . 4+5) . 3$;
3) $12 . (4+5) . 3$; 4) $12 . [4+(5 . 3)]$;
5) $(600 . 120)-(15 . 4)$; 6) $(600 . 120-15) . 4$.

22. Опустить скобки в следующих примерах и объяснить, почему результат от этого не изменится.

1) $(20 . 3)+(2 . 12)$; 2) $(20 . 3)-(2 . 13)$;
3) $(40 : 2)+(30 : 3)+(10 . 2)$; 4) $(10 . 3)+(7 . 2)-(5 . 3)$.

23. Указать, в каком порядке следует произвести действия, и вычислить:

1) $20 . 3-5 . 10+4 . 7$; 2) $5 . 7 . 3-2 . 8 . 3+2 . 3 . 4$;
3) $30 : 6+40 : 5-15 : 3$; 4) $60-40 : 5+3 . 6$.

Если требуется произвести какое-либо действие над результатом или результатами других действий, то для указания порядка действий употребляются скобки.

Прежде всего производятся действия над числами, заключенными в скобки, а затем над полученными результатами производятся действия, обозначенные знаками, стоящими между скобками.

Если внутри скобок стоят еще скобки, то раньше производятся действия во *внутренних* скобках.

Если пропуск скобок не может вызвать недоразумений, то скобки опускаются.

Для уменьшения числа скобок принят следующий порядок выполнения действий в выражении, записанном без скобок:

1) действия одной и той же ступени производятся в том порядке, в котором они обозначены;

2) если приходится производить действия различных ступеней, то сперва производятся действия высшей ступени, а потом — низшей;

3) всякое отступление от принятого порядка производства действий обозначается скобками.

§ 3. Употребление букв.

24. Начертить квадрат и вычислить его площадь, если сторона его, измеренная в сантиметрах, выражается числом:

1) 2; 2) 3; 3) 5.

25. Определить площадь квадрата, если сторона его, измеренная в верстах, равна:

1) 10; 2) 100; 3) a; 4) x.

26. Определить площадь прямоугольника, если стороны его, измеренные в дюймах, выражаются соответственно числами:

1) 5 и 10; 2) 10 и 100; 3) 25 и 40; 4) 3 и a;
5) a и 2; 6) b и 7; 7) a и b; 8) x и y.

27. Записать произведения чисел:

1) 3, 5; 2) 3, a; 3) a и b;
4) 4, 3, a; 5) 4, b, a; 6) c, b, a.

Почему можно пропускать знак умножения между множителями, если один из них или оба обозначены буквами, и нельзя, если оба множителя записаны цифрами?

28. Записать частное, которое получится при делении:

1) 16 на 2; 2) 16 на 5; 3) a на b; 4) x на y.

29. Записать сумму чисел:

1) 3 и 5; 2) a и 5; 3) 3 и b
4) a и b; 5) x и y; 6) $2a$ и $3b$

30. Что получится, если сложить числа:

1) 3 и 5; 2) 3 и $5a$; 3) $3a$ и 5;
4) x и $2y$; 5) a и $2b$; 6) $4x$ и $7x$;
7) $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{4}$; 8) $\frac{3}{4}x$ и $\frac{1}{4}$; 9) $\frac{3}{4}x$ и $\frac{1}{4}x$.

31. Назвать натуральное число, следующее в числовом ряде за числом:

1) 5; 2) 100; 3) a; 4) $3x$;
5) $a+1$; 6) $2n$; 7) $2n+1$; 8) $10x$.

32. Одному брату a лет; другой старше его на:

1) 3 года; 2) 10 лет; 3) b лет.

Сколько лет второму брату?

33. Стороны треугольника, измеренные в см., равны:

1) 5, 8, 10; 2) a, 6, 13; 3) a, b, c.

Чему равен **периметр** (сумма сторон) треугольника?

34. Написать разность чисел:

1) 5 и 2; 2) a и 3; 3) a и b.

Всегда ли можно вычесть число 3 из числа a?
» » » » число b из числа a?

35. Что получится, если вычесть:

1) x из y; 2) 5 из a; 3) a из $10b$;
4) a из 7; 5) $3a$ из $6b$; 6) $10x$ из $100y$,

если числа, стоящие на первых местах, меньше чисел, стоящих в тех же примерах на вторых местах?

36. Какое натуральное число занимает в числовом ряду:

1) 3-ье место после числа 8;	2) » перед 8;
3) 5-ое » » » a;	4) » » a;
5) 6-ое » » » x;	6) » » y;
7) k-ое » » » l;	8) » » m?

Всегда ли такое число существует?

37. Брату x лет; сестра на 3 года моложе. Сколько лет сестре? Всегда ли эта задача имеет смысл?

38. В полдень термометр показывал $t°$; к полуночи он опустился на $k°$. Сколько показывал термометр в полночь?

39. 1) Записать сумму числа a и произведения чисел x и y;

2) записать разность числа a и произведения b и c;

3) записать сумму числа m и частного от деления p на q;

4) записать сумму произведений a на x и b на y.

40. 1) Какое число на 5 больше числа p?

2) » » » 5 меньше » p?

3) » » » q больше » p?

4) » » » p меньше » q?

5) » » » 7 меньше » $x+7$?

6) » » » x меньше » $x+9$?

В каких из этих задач может и не существовать искомых чисел? При выполнении каких условий эти задачи имеют ответ?

41. 1) Насколько число 8 больше числа 3;

2) »	$a+5$ »	a?
3) »	$a+5$ »	5?
4) »	a »	b?
5) »	$3a$ »	$2a$?

В каком случае задача 4) не имеет решения?

42. 1) Указать число, которое в 2 раза больше числа 6;
2) » » » » 3 » » » a;
3) » » » » k » » » 5;
4) » » » » p » » » q.

Какое число при делении: 1) на a дает в частном 6? 2) на 10 дает в частном b? 3) на a дает в частном b?

43. Найти натуральное число, которое

1) в 5 раз меньше числа 40;
2) » 3 » » » n;
3) » 5 » » » $10n$;
4) » k » » » l;
5) » m » » » $10m$.

Ответы каких из написанных задач имеют смысл всегда, каких — иногда и в каком именно случае?

44. На a копеек куплены сырые яйца по 2 коп. штука. Сколько яиц куплено? Каким числом должно быть a, чтобы ответ имел смысл?

45. 1) найти число, которое составляет b-ую часть числа a;
2) найти число, которое составляет k-ую часть числа 10;
3) найти число, которое составляет q-ую часть числа p?

46. 1) найти число, которое при умножении на 4 дает в произведении a;
2) найти число, которое при умножении на a дает 12;
3) найти число, которое при умножении на m дает p.

47. 1) Найти число, которое при делении на 2 дает в частном n и в остатке 1;
2) найти число, которое при делении на 10 дает в частном a и в остатке b;
3) найти число, которое при делении на q дает в частном a и в остатке r.

48. 1) Сколько единиц содержит число, состоящее из b десятков?
2) сколько единиц содержит число, состоящее из c сотен?
3) сколько единиц содержит число, состоящее из d тысяч?

49. Сколько всего единиц содержит число, состоящее:
1) из b десятков и a единиц?
2) из c сотен и b десятков?
3) из c сотен и a единиц?
4) из c сотен, b десятков и a единиц?

50. Написать число, содержащее x тысяч, y сотен, z десятков, t единиц.

Написать число, обозначенное теми же цифрами, но в обратном порядке.

51. Сколько метров в составном именованном числе m км. n гкм. p дкм. q мр.?

52. Выразить в золотниках a фунтов b золотников.

53. Выразить в граммах составное именованное число a тонн b кгр. (тонна $=1000$ кгр.).

В алгебре часто бывает выгодно обозначать числа буквами. Каждая буква стоит вместо некоторого числа. Если в одной и той же задаче одна и та же буква встречается два или несколько раз, то она стоит вместо одного и того же числа. Когда числа, входящие в задачу, обозначены буквами, то задача считается решенной, если обозначены те действия, которые следует произвести над данными числами, чтобы получить ответ.

Соединение чисел (записанных цифрами или обозначенных буквами) при помощи знаков действий называется *алгебраическим выражением*.

Выражение, в которое не входят знаки сложения и вычитания называется одночленом. Выражение, представляющее соединение нескольких *одночленов* при помощи знаков сложения и вычитания, называется *многочленом*.

§ 4. Числовые значения буквенных выражений.

54. Какие значения принимает $y=x+4$, если x стоит вместо 1, 2, 3,... 10? Отметить эти значения на числовой прямой.

55. Какие значения принимает $y=12-x$, если x стоит вместо 1, 2, 3,... 10? Отметить эти значения на числовой прямой.

56. Какие значения принимает $y = 3x$, если x стоит вместо 1, 2, 3, 4, 5? Отметить эти значения на числовой прямой.

57. Какие значения имеет $y = \frac{1}{4}x$ при 1) $x = 1; 2; 3; 4;$
» » » » » 2) $x = \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$?

Построить эти значения на числовой прямой, выбрав подходящий масштаб (единица масштаба = 10 см.).

58. Какие значения принимает $y = 10x$ при:

1) $x = 1; 2; 3; 5; 7; 9$? 2) $x = 0{,}1; 0{,}2; 0{,}4; 0{,}8$?

59. Какие значения принимает $y = 0{,}1x$ при:

1) $x = 1; 2; 3; 5; 7; 10; 20;$ 2) $x = 0{,}1; 0{,}5; 0{,}8; 10{,}5$?

60. Какие значения принимает $y = 0{,}01x$ при $x = 1000; 10; 1; 0{,}1; 0{,}001$?

61. Какие значения принимает $a + 2b$, если $b = 100$ и a получает значения, кратные 10-ти; если $a = 100$, а b получает значения, кратные 10-ти. Построить $a + 2b$, если a и b даны в виде отрезков.

62. Какие значения принимает $a - b$, если a получает ряд последовательных целых значений, начиная с 6, а $b = 4$? Построить полученные результаты на числовой прямой.

63. Чему равно при $x = 5$:

1) $3x;$ 2) $3x + 2;$ 3) $3x + 2x;$ 4) $2x + 1;$
5) $2x + 2;$ 6) $2x + 3;$ 7) $2 + x;$ 8) $2 + 4x;$
9) $2 + 3x;$ 10) $x - 1;$ 11) $x - 2;$ 12) $x - 4;$
13) $x - 5;$ 14) $2x - 1;$ 15) $2x - 3;$ 16) $2x - 5.$

64. Чему равно при $x = 2$ и $y = 3$:

1) $3x + 3y;$ 2) $2x + 3y;$ 3) $2y + 3x;$ 4) $3y - 3x;$
5) $3y - 2x;$ 6) $3x - 2y;$ 7) $x + y + 5;$ 8) $x + y + 7;$
9) $x + y + 9;$ 10) $10x + y;$ 11) $10y + x;$ 12) $10x + 10y;$
13) $100x + 10y + 5;$ 14) $100x + 10y + 3;$ 15) $100x + 10y + 1.$

65. Чему равно при $x = \frac{1}{2}$ и $y = \frac{3}{8}$:

1) $2x + y;$ 2) $2x - y;$ 3) $2y - x;$ 4) $100x - y.$
5) $10y - x.$ 6) $100x - 10y;$ 7) $x + \frac{1}{2}y;$ 8) $x - \frac{1}{2}y;$
9) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y;$ 10) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y;$ 11) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y;$ 12) $2x - \frac{1}{2}y.$

66. Чему равно при $x = 10$ и $y = 0{,}2$

1) $10x + 10y$; 2) $10x - 10y$; 3) $x - 10y$,
4) $2x + y$; 5) $2x - y$, 6) $0{,}2x - y$;
7) $0{,}02x - y$; 8) $0{,}5x + 2{,}5y$; 9) $0{,}5x - 2{,}5y$.
10) $10x + 100y$; 11) $10x - 100y$; 12) $0{,}1x - 5y$?

67. Какие числа получаются при подстановке в $10a$, вместо a всех целых чисел от 1 до 9?

68. Какие числа получаются при подстановке в $10a + b$ вместо a и b всех натуральных чисел от 1 до 9?

69. Какие числа могут быть записаны в виде

$$100a + 10b + c,$$

если под a, b, c разумеются натуральные числа от 1 до 9?

70. Какие числа могут быть записаны в виде

$$1000a + 100b + 10c + d?$$

71. Какие однозначные целые числа следует подставить вместо a, b, c и d в формуле предыдущей задачи, чтобы получить: 1) 3825; 2) 4785; 3) 9215; 4) 5756; 5) 2357; 6) 7532; 7) 1987; 8) 7891?

72. Какие значения принимает произведение ab, если a имеет постоянное значение 10, а b получает последовательные целые значения от 1 до 9?

73. При каких значениях b деление $a : b$ выполняется без остатка, если $a = 20$?

74. Какие значения принимает частное $a : b$, если:

1) $b = 10$, а a принимает все целые значения от 1 до 20?
2) $a = 8$, а b » » » » от 1 до 16?

75. Чему равно при $x = 2$, $y = 3$:

1) xy. 2) yx; 3) $x + y$; 4) $2xy$;
5) $7yx$; 6) $xy + yx$; 7) $xy + x$; 8) $yx + y$?

76. Чему равно при $a = 2$, $b = 3$, $c = 5$:

1) abc; 2) bac; 3) bca; 4) $abc + ac$;
5) $abc + ab$; 6) $abc + bc$; 7) $3ab + 5bc$; 8) $7ac - 5ab$?

77. Чему равно при $x = 10$, $y = 5$:

1) $x : y$; 2) $y : x$; 3) $20x : 2y$,
4) $10y : 5x$; 5) $(3x + y) : y$; 6) $(x + 3y) : y$;
7) $(3x - y) : 5y$; 8) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y\right) : y$; 9) $(0{,}2xy - 0{,}1y) : y$?

78. Чему равно при $x = 2$, $y = 0{,}5$:

1) $4x + 3y$; 2) $4x - 8y$; 3) $4y - x$;
4) $0{,}1x - 0{,}1y$; 5) $0{,}1x - \frac{1}{5}y$; 6) $0{,}1x - 0{,}4y$;
7) $xy - 1$; 8) $2xy + x + y$; 9) $x : y - 2$.

Числовым значением выражения называется то число, которое получится, если буквы заменить данными числами (значениями этих букв) и произвести над ними действия, указанные знаками.

§ 5. Знаки равенства и неравенства. Уравнения и тожества.

79. Записать:

1) 2 . 3 равно 6; 2) 2 . 3 больше 5; 3) 2 . 3 меньше 7;
4) $a + b$ равно $b + a$; 5) $a + b$ больше a; 6) b меньше $a + b$.

80. При каком значении x

1) $x + 3 = 8$; 2) $5 + x = 12$; 3) $x - 4 = 3$;
4) $16 - x = 5$; 5) $20x = 40$; 6) $x . 3 = 33$;
7) $18 : x = 6$; 8) $x : 5 = 6$; 9) $16x - x = 15x$?

81. Проверить равенства, подставляя вместо букв произвольные числа:

1) $a + b = b + a$; 2) $ab = ba$;
3) $a - (b + c) = a - b - c$; 4) $a - (b - c) = a - b + c$;
5) $a + a + a = 3a$; 6) $b + a + b + a + a = 3a + 2b$.
7) $a + b - b + a = 2a$; 8) $a + b + c - a = b + c$.

82. Будут ли выполняться следующие равенства при любых значениях букв:

1) $4x = 7x - 3x$; 2) $5a - 4 = 9$; 3) $2x + 1 = (1 + 4x) - 2x$;
4) $7a + b = 7b + a$; 5) $3x - 1 = 11$; 6) $5x - y = 5y - x$?

Указать, какие из этих равенств суть тожества и какие — уравнения.

83. Показать, что $x=3$ есть корень следующих уравнений:

1) $x+5=8$; 2) $x-2=1$; 3) $9x=27$; 4) $\frac{x}{3}=1$.

84. Решить уравнения:

1) $x+7=15$; 2) $y+10=100$; 3) $x-9=20$;
4) $z-9=0$; 5) $15x=75$; 6) $50z=50$;
7) $x:8=6$; 8) $\frac{y}{3}=19$; 9) $2x+3=11$.

85. Какое действие определяется каждым из уравнений (неизвестное x)?

1) $a+x=b$; 2) $x+a=b$.

Как выражается x через a и b?

86. Какое действие определяется каждым из уравнений (неизвестное x):

1) $a.x=b$; 2) $x.a=b$?

Как выражается x через a и b?

87. Записать, обозначая через x искомое число, следующие задачи в виде уравнений и решить уравнения.

1) Какое число следует прибавить к 7, чтобы получить 13?
2) К какому числу следует прибавить 7, чтобы получить 15?
3) Из какого числа следует вычесть 46, чтобы получить 100?
4) Какое число следует вычесть из 16, чтобы получить 8?
5) Какое число следует прибавить к a, чтобы получить b?
6) Какое число следует вычесть из 9, чтобы получить p?

88. Составить задачи, приводящие к следующим уравнениям:

1) $x-15=3$; 2) $x+33=90$; 3) $47+x=100$;
4) $x-5=95$; 5) $300=2300-x$; 6) $1000=x-50$.

§ 6. Коэффициент. Приведение.

89. Написать возможно короче следующие выражения:

1) $a + a$; 2) $b + b + b$;
3) $x + x + x + x + x$; 4) $ax + ax + ax$;
5) $abc + abc + abc$; 6) $pq + pq + pq + pq + pq + pq$;
7) $am + am + am + am$; 8) $xyz + xyz + xyz + xyz$;
9) $abcd + abcd + abcd$; 10) $mpqs + mpqs + mpqs + mpqs$.

90. Записать без коэффициента:

1) $3a$; 2) $5x$; 3) $7z$; 4) $6ab$;
5) $4abc$; 6) $9axy$; 7) $3pqr$; 8) $15abc$.

91. Показать (записывая слагаемые без коэффициентов), что: 1) $2a + 3a = 5a$; 2) $6x + 3x = 9x$;
3) $a + 2a + 3a = 6a$; 4) $3y + 4y + 5y = 12y$;
5) $4ab + 3ab + 6ab = 13ab$; 6) $xy + 3xy + 5xy = 9xy$;
7) $abc + 4abc + 7abc = 12abc$; 8) $pq + 6pq + 11pq = 18pq$

92. Написать возможно короче следующие выражения:

1) $\frac{a}{12} + \frac{a}{12} + \frac{a}{12} + \frac{a}{12} + \frac{a}{12}$. 2) $\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}x + x$

3) $\frac{xy}{7} + \frac{xy}{7} + \frac{xy}{7} + \frac{xy}{7}$ 4) $\frac{1}{9}abc + \frac{1}{9}abc + \frac{1}{9}abc + \frac{1}{9}abc$;

5) $\frac{a + a + a + a}{b + b + b}$; 6) $\frac{p + p + p}{q + q + q + q + q}$; 7) $a + a + a + \frac{1}{5}a + \frac{1}{5}a$;

8) $xy + xy + \frac{xy}{6} + \frac{xy}{6} + \frac{xy}{6} + \frac{xy}{6} + \frac{xy}{6}$.

Коэффициентом называется сомножитель, записанный цифрами

ВТОРАЯ ГЛАВА.

Четыре основные действия

§ 7. Сложение и вычитание одночленов.

$a + b = b + a$ (переместительный закон).

93. Проверить равенство:

$$a + b = b + a,$$

при

	1	2	3	4	5	6
$a =$	3	5	$1\frac{1}{2}$	0,5	1,4	$1\frac{1}{2}$
$b =$	1	6	$\frac{1}{2}$	0,2	0,6	0,4

94. Показать на оси, что

1) $3 + 5 = 5 + 3$; 2) $a + b = b + a$;

3) $a + b + c = a + c + b = c + b + a$,

если a, b и c даны в виде отрезков.

95. Вычислить наиболее коротким путем.

1) $7 + 65$; 2) $9 + 386$; 3) $2 + 927$; 4) $17 + 385$;

5) $795 + 873 + 5$; 6) $8 + 583 + 92$;

7) $863 + 471 + 29$; 8) $9 + 673 + 117$.

96. 1) $2a + 5b + 7a$; 2) $5x + 2y + 11x$;

3) $7a + b + 3a + b$; 4) $a + 7b + b + 2a$;

5) $6a + x + a + 3x$; 6) $a + 2b + 8b + 5a$.

7) $2x + y + 3x + y + 4x$

8) $a + 2b + 2a + 4b + 3a + 6b$;

9) $a + 2x + 5x + 2x + 9a$;

10) $9x + y + 7x + 4y + 5x + 7y$;

11) $3\frac{2}{7} + 5,32 + 4\frac{3}{14} + 6,18$;

12) $9\frac{5}{11}a + 6\frac{1}{3}a + 4\frac{1}{22}a + 3\frac{1}{6}a + 5,5a$;

13) $9,01 + 5\frac{7}{8} + 6,99 + 6\frac{1}{18}$;

14) $8\frac{3}{11}x + 0,66x + 5\frac{2}{33}x + 2,34x$.

97. Вычислить наиболее коротким путем:

1) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12$;
2) $30 + 31 + 32 + 33 + 34 + \ldots + 40$;
3) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$;
4) $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + \ldots + 50$;
5) $a + 2a + 3a + 4a + 5a + 6a + 7a + 8a + 9a$;
6) $5a + b + 7c + 3b + a + 8c + 8a + 9b$;
7) $8x + 7y + 9z + y + 7x + z + 5y + 6z + x$,
8) $8\frac{1}{2} + 9\frac{3}{4} + 3\frac{5}{6} + 7\frac{1}{2} + 4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{4} + 5$;
9) $7\frac{1}{5} + 8\frac{2}{7} + 3\frac{1}{6} + 5\frac{3}{5} + 4\frac{1}{2} + 3\frac{5}{7} + 2\frac{2}{5} + 5\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}$;
10) $a + 2\frac{1}{8}b + 1\frac{3}{5}a + 3\frac{2}{3}b + 3\frac{1}{5}a + 5b + 4\frac{4}{5}a$;
11) $a + 3b + 1\frac{5}{7}a + 7\frac{1}{2}a + 5\frac{1}{2}b + 2\frac{1}{2}a + 6\frac{1}{2}b + 6\frac{2}{7}a$;
12) $7,5 + 2,75 + 0,5 + 12,25 + 625$;
13) $14,2 + 0,63 + 7,8 + 0,99 + 4,37 + 5 + 2,01$;
14) $0,05a + 1,4b + 1,1a + 0,25b + 6,6b + 0,95a + 9,75b + 11,9a$;
15) $\frac{3}{4}abc - 0,56bcd + 0,06abc + \frac{3}{8}bcd + 1\frac{3}{4}abc + \frac{1}{8}bcd +$
$+ 0,94abc + 0,44bcd$.

98. Показать на числовых примерах и на оси, что

1) $a + b - b = a$;
2) $a - b + b = a$;
3) $b + a - b = a$.

Показать справедливость этих равенств на основании определения вычитания.

99. Вычислить наиболее коротким путем или привести к простейшему виду:

1) $753 - 58 + 58$;
2) $927 + 354 - 354$;
3) $9a - 17x + 17x$;
4) $6x - 3a + 3a$;
5) $4x - y - 2x - y$;
6) $5z + 2x - 2z - 2x$;
7) $6ax + 2by - 3ax - by$.
8) $abc + 4xyz - abc - xyz$.

100. Показать на числовых примерах и на оси, что

$$a - c + b = a + b - c; \qquad (1)$$
$$a - b - c = a - c - b. \qquad (2)$$

101. Упростить выражения:

1) $17a + 6b - 4a$, 2) $19a - 24b + a$;

3) $26 - 7x + 9$; 4) $18x - 5 + 23x$;

5) $1793 + 829 - 93$; 6) $2861 + 954 - 1881$;

7) $13\frac{5}{7} + 4\frac{1}{2} - 2\frac{5}{7}$; 8) $5\frac{3}{5} - 3,2 + 2\frac{2}{5}$;

9) $2,688 + 2,699 - 0,788$; 10) $4\frac{2}{3} + 0,6 - 2\frac{1}{6}$;

11) $45 - 3a - 15$; 12) $13x - 9y - 3x$;

13) $17406 + 498 - 5406$; 14) $36584 + 444 - 26584$;

15) $1,444 + 0,999 - 0,444 + 0,001$;

16) $3\frac{5}{7} - 0,648 + 2\frac{2}{7} + 2,648$; 17) $15x - 3y + 4x - y$;

18) $17x - 4y + 5x + 4y$; 19) $5\frac{2}{3}a - 2y + 4\frac{1}{3}a + 2y$;

20) $40m - 30n + 10m + 31n$; 21) $16x - 12y + 16y - 16x$;

22) $40\frac{3}{5}x + 15\frac{1}{4}y + 40\frac{7}{13}x - 16\frac{3}{8}y$;

23) $9a - 3b + 5a + 7b - 8a - b$;

24) $10a - 8b - 3b - 6a + 12b$;

25) $5a - 7x + 5x - 3a + 2x - a$;

26) $x - 3y + 5x - 4y + 8y - 6x$;

27) $a + b + a + 2b + a + 3b + a + 4b + a + 5b$;

28) $a - b + a - 2b + a - 4b + a - 8b + a - 16b$;

29) $4a - 5b + 3c - 2b - c + a + 9b + 3a$;

30) $5a + 8b - 7c - 2a - 9b + 2c - 2a + 2b + 6c$;

31) $1,1m + 0,3n - 0,7x + 0,1m - 0,5n - 0,2x - 0,1m + 0,5n + 0,9x$;

32) $10m + 1,1 - 5x - 1,2 - 4m - 3x + 0,1 + 9x - 5m$;

33) $0,9a - 1,7b + 3,2c + 8a + 1,7b - 5c - 3b - 9c$;

34) $1,3x - 50y + 8z + 0,5x + 0,9y - 11z - 0,03x - 6y + z$;

35) $27m - 3,1n + 9x - 3,1m - 3x + 2,1n + 5m + 0,9n - 7,2x$;

36) $2,8a + 2,9p + 10,9 - 4,6p - 1,8a - 3,7 - p - 16$;

37) $5\frac{1}{4}a - 3\frac{1}{2}b + 6b - 3\frac{1}{2}a + 7c - 8\frac{1}{2}c$;

38) $7\frac{2}{3}a - 5b - 6\frac{1}{6}a + 7b + 2a - 5\frac{1}{2}b$;

39) $\frac{4}{5}a - \frac{1}{2}b + \frac{3}{7}a - \frac{1}{2}b - a$; 40) $\frac{7}{8}a - 2b + 3\frac{1}{2}b - \frac{7}{8}a + \frac{7}{8}a$.

102. В сумме $a + b = 35$

1) одно слагаемое увеличивается на 1, 2, 3 и т. д. до 10, другое остается постоянным. Какие значения принимает сумма?

2) одно слагаемое уменьшается на 1, 2, 3 и т. д. до 10, другое остается постоянным. Как изменяется их сумма?

103. В сумме $a + b = c$

1) одновременно увеличиваются оба слагаемых на 1, 2, 3 и т. д. до 10. Как изменяется сумма?

2) Оба слагаемых одновременно уменьшаются на 1, 2, 3 и т. д. до 10. Как изменяется сумма?

3) Одно слагаемое увеличивается на 1, 2, 3 и т. д. до 10, в то время как другое уменьшается на такое же число. Как изменяется сумма?

104. В разности $a - b = 20$

1) b получает последовательно значения 1, 2, 3 и т. д до 30. Какие значения принимает при этом a?

2) Какие значения будет принимать b, если a будет давать последовательно значения 21, 22 и т. д. до 35?

105. Как изменяется разность $a - b = c$, если:

1) уменьшаемое последовательно убывает на 1, 2, 3 и т. д. до 10, а вычитаемое остается постоянным?

2) Если уменьшаемое остается постоянным, а вычитаемое увеличивается на 1, 2, 3 и т. д. до 10?

3) Если уменьшаемое остается постоянным, а вычитаемое уменьшается на 1, 2, 3 и т. д. до 10?

106. В разности $a - b = c$ одновременно возрастают уменьшаемое и вычитаемое на 1, 2, 3 и т. д. до 10. Как изменяется разность?

107. В разности $a - b = c$ уменьшаемое и вычитаемое одновременно уменьшаются на одно и то же произвольное число. Как изменяется разность?

Уравнения и задачи.

108. Найти значение неизвестного x в следующих уравнениях:

1) $x - 9 = 10$;	2) $9 + x = 11$;	3) $x + 5 = 8$;
4) $x - 17 = 23$;	5) $27 - x = 16$;	6) $x + 8 = 9{,}6$;
7) $2{,}8 = 5 - x$;	8) $x + 7{,}5 = 9{,}3$;	9) $3{,}7 = 7{,}3 - x$;
10) $x - 5{,}7 = 2{,}8$;	11) $x + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$,	12) $\frac{1}{2} = \frac{3}{4} - x$;

13) $\frac{1}{12}=\frac{3}{4}-x$; 14) $\frac{1}{2}-x=\frac{1}{6}$; 15) $x-a=b$; 16) $x+a=b$;
17) $a=x-b$; 18) $b+x=a$; 19) $a=b-x$; 20) $a-x=b$.

109. Обозначая искомое через x, составить уравнения по следующим условиям и решить их:

1) Какое число следует прибавить к 25, чтобы получить 52?

2) К какому числу следует прибавить 16, чтобы получить 84?

3) Какое число следует вычесть из 847, чтобы получить 748?

4) Из какого числа следует вычесть 46, чтобы получить 84?

5) Из какого числа следует вычесть 7,667, чтобы получить 3,333?

6) На какое число следует увеличить b, чтобы получить a?

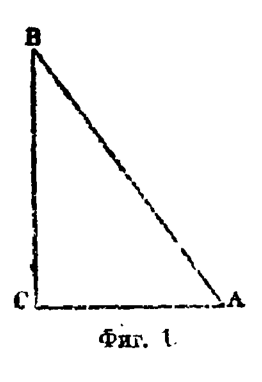
7) Какое число следует вычесть из $a+1$, чтобы получить 2?

8) Из какого числа следует вычесть a, чтобы получить b?

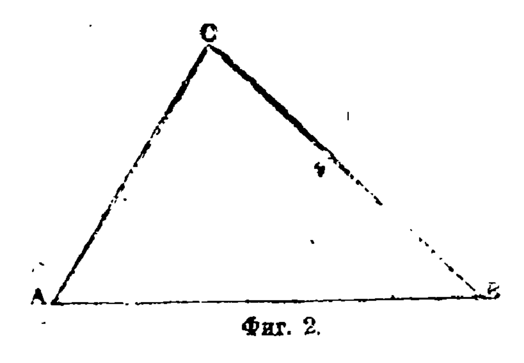
110. Составить задачи, решение которых приводится к решению следующих уравнений:

1) $x-1,5=3$; 2) $x+3,3=9$;
3) $15,57=75,4-x$; 4) $100,32=x-19,68$.

111. Треугольник ABC (фиг. 1), в котором один угол прямой, называется **прямоугольным**.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

111. 1) Проверить при помощи транспортира, что сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.

2) Число градусов в одном из острых углов a, в другом b. Выразить при помощи алгебраических знаков зависимость между острыми углами прямоугольного треугольника.

3) Один из острых углов прямоугольного треугольника принимает значение 1°, 3°, 5°, 7°..., какие значения получает другой угол?

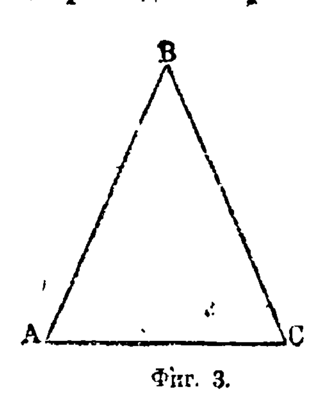
112. 1) Проверить при помощи транспортира, что сумма углов треугольника ABC равна 180° (фиг. 2).

2) Построить какой - нибудь треугольник и на нем сделать такую же проверку.

3) Число градусов в одном угле треугольника $= a$, в другом $= b$, в третьем $= c$. Выразить при помощи алгебраических знаков зависимость между углами треугольника.

113. Периметром треугольника называется сумма его сторон. Одна сторона треугольника содержит a см., другая — b см., третья — c см., а периметр — p см. Выразить при помощи алгебраических знаков зависимость между сторонами треугольника и его периметром.

114. Равнобедренным (фиг. 3) называется треугольник, у которого две стороны равны.



Фиг. 3.

1) Проверить при помощи транспортира, что в равнобедренном треугольнике ABC углы A и C, лежащие против равных сторон, содержат одинаковое число градусов и, следовательно, равны друг другу.

2) Построить какой-нибудь равнобедренный треугольник и на нем сделать ту же проверку.

3) Выразить при помощи алгебраических знаков зависимость между углами равнобедренного треугольника, если каждый

из углов при основании его (каждый из равных углов) содержит a градусов, а угол при вершине содержит b градусов.

114. 4) Выразить при помощи алгебраических знаков зависимость между периметром и сторонами равнобедренного треугольника, если основание его содержит m дм., каждая из боковых (равных между собою) сторон содержит n дм., а периметр — p дм.

115. Для следующих задач сперва составить уравнение и, решив его, сделать проверку.

1) В прямоугольном треугольнике один из острых углов равен 40°; как велик другой угол?

2) Сумма двух внутренних углов треугольника равна 115°; как велик третий угол?

3) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°; сколько градусов в прямом угле?

4) Один из углов при основании равнобедренного треугольника равен 30°; как велик угол при вершине?

5) В равнобедренном треугольнике каждая из боковых сторон содержит 15 см., а периметр равен 40 см. Сколько сантиметров в основании?

6) Сколько градусов содержит каждый из острых углов равнобедренного прямоугольного треугольника?

7) Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 30°. Сколько градусов содержит каждый из углов при основании?

8) Периметр равнобедренного треугольника содержит 10 дм., а основание 3 дм. Сколько дюймов в каждой из боковых сторон?

116. 1) Наследство в 720 рублей следует поделить так, чтобы два старших сына получили поровну, а младший 300 руб. Сколько получат оба старших сына вместе? Сколько получит каждый из них?

2) Веревку длиной в 5 саж. разрезали на 4 части так, что одна была равна 2 саж. 1 арш., а остальные части были одинаковые. Определить размеры каждой из одинаковых частей.

116. 3) В лазарете был сделан запас муки в 12 пуд. 20 фунтов; по истечении недели осталось 9 пуд. Сколько муки расходовали **средним числом** в один день?

§ 8. Сложение и вычитание многочленов.

$$a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c.$$

(Сочетательный или собирательный закон.)

117. Записать при помощи скобок следующие задачи и вычислить результаты:

1) прибавить к 0,5 сумму 1,7 и 1,2;
2) уменьшить 17 на сумму 7 и 5;
3) сумму чисел 8,3 и 2,7 увеличить на 4;
4) 17 уменьшить на разность 7 и 5;
5) сумму 1,8 и 1,7 уменьшить на 2;
6) разность 2,8 и 1,4 увеличить на 2,2;
7) разность 20,5 и 10,7 уменьшить на 5,7.

118. Проверить справедливость равенств:

а) $m+(a+b)=m+a+b$
б) $m+(a-b)=m+a-b$

при следующих значениях букв:

	m	a	b
1)	1	12	3
2)	1,2	214,4	172,8
3)	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{7}$

119. Показать на оси для произвольных отрезков m, a, b, что

1) $m+(a+b)=m+a+b$;
2) $m+(a-b)=m+a-b$ (при $a>b$).

120. Указать порядок действий и вычислить суммы наиболее простым путем:

1) $213+(395+187)$;
2) $(41,7+2,8)+1,3$;
3) $(7,12+6,3)-1,12$;
4) $3\frac{3}{5}+\left(2\frac{1}{3}+2\frac{2}{5}\right)$;
5) $4,64+\left(2\frac{2}{7}+5,36\right)$.

121. Вычислить сумму:

1) а) $289 + 111 =$
$= 289 + (11 + 100);$

2) а) $893 + 569 =$
$= 893 + (7 + 562);$

таким же образом:

б) $277 + 143;$
в) $856 + 274;$
г) $1396 + 254.$

б) $1985 + 816;$
в) $587 + 784;$
г) $776 + 985.$

122. Как всего удобнее приложить в уме: 1) к 56 число 29? 2) к 44 число 18? 3) к 164 число 97? Показать, что этот прием вычисления представляет применение равенства

$$m + (a - b) = m + a - b.$$

123. Прочитать и вычислить:

1) $217 + (32 - 17);$
2) $(432 - 54) + 74;$
3) $(375 - 99) - 75;$
4) $364 + (199 - 64).$

124. Вычислить:

1) а) $256 + 95 =$
$= 256 + (100 - 5);$

2) а) $388 + 75 =$
$= (400 - 12) + 75;$

таким же образом

б) $325 + 88;$
в) $1217 + 197;$
г) $336 + 998.$

б) $497 + 86;$
в) $985 + 123;$
г) $575 + 650.$

125. Упростить выражения:

1) $7a + (2a + 3b);$
2) $7a + (2a - 3b);$
3) $9x + (3x + 5y);$
4) $3x + (9y - 5x);$
5) $12a + (4 + 8a);$
6) $5b + (3x - b);$
7) $(5x + 7a) + 4a;$
8) $(5x - 7a) + 4a;$
9) $(3x - 3y) - 5y;$
10) $a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + (a + 4b);$
11) $x + (x - y) + (x - 2y) + (x - 3y) + (x - 4y) + (x - 5y);$
12) $(a + 0,1) + (a + 0,2) + (a + 0,3) + (a + 0,4) + (a + 0,5) +$
$+ (a + 0,6);$
13) $\left(2x + \frac{1}{13}\right) + \left(2x + \frac{3}{13}\right) + \left(2x + \frac{5}{13}\right) + \left(2x + \frac{7}{13}\right) +$
$+ \left(2x + \frac{9}{13}\right) + \left(2x + \frac{11}{13}\right);$

14) $0,1 + (0,1 - 0,25x) + (0,1 - 0,5x) + (0,1 - 0,75x)$;

15) $\frac{2}{5}x + \left(\frac{3}{5}x - y\right) + \left(\frac{4}{5}x - 2y\right) + (x - 3y) + \left(1\frac{1}{5}x - 4y\right)$;

16) $15c + 48d + (2c - 31d)$;

17) $24a + 5b - 19c + (8a - 5b + 15c)$;

18) $(27k - 30l + 63m) + (17k + 13l - 43m)$;

19) $243x - 225y + 52z + (45x + 25y - 42z) + (712x + 200y - - 10z)$;

20) $4,5p - 2,8q + 3,7r + (3,9q - 2,5p + 2,3r) + (0,1p - 0,9q - 6r)$.

126. Проверить справедливость равенств

$$1)\ m - (a + b) = m - a - b,$$

прикладывая къ $m - a - b$ вычитаемое $a + b$,

$$2)\ m - (a - b) = m - a + b,$$

прикладывая къ $m - a + b$ вычитаемое $a - b$

127. Как всего удобнее вычесть 1) из 42 число 19? 2) из 108 число 99?

128. Подставляя вместо букв произвольные числа показать, что

$$m - a + b \neq m - (a + b),$$
$$m - a - b \neq m - (a - b).$$

129. Показать на отрезках что при $m > a + b$,

$$m - (a + b) = m - a - b,$$

при $m > a$, $a > b$,

$$m - (a - b) = m - a + b,$$
$$m - (a - b) \neq m - a - b.$$

130. Прочитать и вычислить:

1) а) $436 - (189 + 11)$;
   б) $(436 - 189) + 11$;
   в) $(436 - 189) - 11$.

2) а) $438 - (296 - 58)$;
   б) $(438 - 296) - 58$;
   в) $(438 - 296) + 58$.

131 Вычислить:

1) а) $383 - 189 =$
   $= 383 - (183 + 6)$;

2) а) $783 - 98 =$
   $= 783 - (100 - 2)$;

таким же образом:

б) $236 - 139$; б) $176 - 97$;
в) $573 - 385$ в) $653 - 88$;
г) $517 - 418$ г) $1246 - 199$.

132. Упростить выражения

1) $5a - (3a + b)$; 2) $113a - (100a - 3b)$.
3) $0,7x - (5 + 0,3x)$; 4) $16m - (3n - 0,5m)$.

133. Раскрыть в следующих примерах скобки и сделать приведение, если это окажется возможным:

1) $7a - 9b + (a + b)$; 2) $15a - 7b - (7a - 5b)$;
3) $2\frac{1}{7}a + 3\frac{2}{5}b - (1\frac{9}{14}a - 2\frac{8}{5})$;
4) $6,6x - 2\frac{6}{7}y - (0,06x - 3\frac{5}{7}y)$;
5) $5a + (3a - 2b) + a + 2b)$;
6) $(a + b - c) + (a - b + c)$; 7) $(a + b - c) - (a - b + c)$;
8) $(x - y + z) - (x - y - z)$; 9) $(x + y + z) - (z - x - y)$;
10) $(7a - 3b) - (5a + 2b) - (a - 5b)$;
11) $(8x - 5) + (3x - 7) - (9x - 11)$;
12) $43x - 19y - (15x - 34y) + (9x - 7y)$;
13) $103a - 15b - (25a - 14b) - (2a + 17b)$.
14) $48a - (24a - 2b) - (14b - 28a) + (24b - 18a)$;
15) $65x - (25x - 49y) + (12x - 4y) - (7x - 35y)$;
16) $17x - (3y + z) + (5z - x) - (2x - 8y)$;
17) $10,5c + 2,9d - (5,5d + 3c) - (6,1c - 0,9d)$,
18) $1,9a + 0,4b - (1,1a - 2,6b) - (0,8b - 1,5a)$;
19) $57a - (22b + 4c) - (17a - 10c) - (5a - 7b)$;
20) $(6a - 3b + 7c) - (a - b + c) + (2a + b - 6c)$;
21) $(3m - 7n - 5p) + (2m + 4n - 3p) - (4m - 3n - 6p)$;
22) $(6x + 5y - 3z) - (5x - 3y + 2z) - (x + 7y - 4z)$;
23) $67x - (32y + 4z - 8x) - (15x - 6y + 18z) - (x - 4y - 5z)$;
24) $m + [(a - b) + (b + d)]$; 25) $m + [(b + c) - (m + d)]$;
26) $m - [(a - b) - (c - m)]$; 27) $m - [(x - y) - (a - m)]$;
28) $(7a - 2b) - [(3a - c) - (2b - 3c)]$;
29) $8\frac{1}{2}n - \left[3\frac{1}{2}p - (p - 5,5n)\right] - \left[6\frac{1}{2}p + (2n - 0,5p)\right]$

30) $\left[2\frac{1}{4}x-\left(3\frac{1}{4}y+t\right)\right]-\left[(0,75x-0,5y)+\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y-t\right)\right]$;

31) $[7,01p-(2,5r-1,74)]-\left[\left(1\frac{1}{2}r-0,79p\right)-3,26\right]-1\frac{1}{5}p$.

32) $14,5a-169b-[4,7a-(3,9a-41b)-(45b+2,6a)-33b]$.

134. Записать при помощи скобок и затем упростить сумму выражений:

1) $3x+4y+5z$ и $x+y+z$;
2) $10a+10b-c$ и $90a-10b+c$;
3) $a+(a+b)$ и $(a+2b)+(a+3b)$;
4) $(x+y)+3y$ и $(x+y)-3y$;
5) $(2x-5)+15$ и $5-(2x-15)$.

135. Записать при помощи скобок и упростить разность выражений:

1) $7x+12y+3z$ и $4x+25y+3z$;
2) $41x-12y+z$ и $30x-10y-5z$;
3) $15a+3b-c$ и $15a-b$;
4) $14a+(a+b)$ и $(6a-2b)-(a-b)$;
5) $(z+u)+(z-u)$ и $(z+u)-(z-u)$.

136. Раскрывая скобки, доказать справедливость следующих предложений и формул:

1) Сумма суммы и разности двух чисел дает удвоенное первое число.

2) Разность между суммой и разностью двух чисел равна удвоенному второму числу.

Проверить это на числах:

1) 783 и 465; 2) 97 и 83.

137. Найти в натуральном ряде число, которое стоит:

1) на a-том месте после $a+b$;
2) на a-том месте перед $a+b$.
3) на $a-b$-том месте после b;
4) на $a-b$-том месте перед b.

138. Найти число, которое:

1) на $x-5$ больше 5-ти; 2) на $x-5$ меньше 5-ти;
3) на $x+13$ больше 100; 4) на $x-13$ меньше 100.

Какие значения может иметь x в этих примерах?

139. Проверить формулы (раскрытием скобок и приведением):

1) $(a+n)+(b-n)=a+b$;
2) $(a-n)+(b+n)=a+b$;
3) $(a+n)-(n-b)=a+b$;
4) $(b+n)-(n-a)=a+b$.

140. 1) Написать и проверить таким же способом подобные формулы для $a-b$.

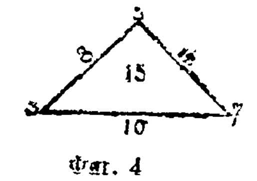
2) Написать три последовательных целых числа, из которых $2n-1$ — первое по порядку, и найти их сумму.

3) Написать четыре последовательных целых числа, из которых $x+1$ — последнее по порядку, и найти их сумму.

141. 1) Указать, как законы сложения применяются при сложении многозначных чисел.

2) Указать, как законы сложения и вычитания применяются при вычитании многозначных чисел.

142. В одной масонской книге указывается следующее «таинственное» свойство треугольника: если при вершинах треугольника поставить произвольные числа, напр., 3, 5, 7, затем сложить эти числа попарно и результаты (8, 12, 10) поставить на сторонах, соединяющих вершины, при которых стояли сложенные пары чисел, то, складывая число при каждой вершине с числом на противоположной стороне, мы получим один и тот же результат (15). Объяснить, чем обусловливается «таинственное» свойство треугольника. (Указание: заменить числа буквами.)



Фиг. 4

Уравнения и задачи.

143. Решить уравнения:

1) $24-(x+4)=18$, 2) $26-(x-4)=20$;
3) $55=25+(x-11)$; 4) $55=70-(x-5)$;
5) $8x-(2x-5)=15$; 6) $(4x-4)-(3x-3)=1$.

144. 1) Найти углы треугольника, если второй угол больше первого на 5°, а третий больше первого на 10°.

2) Найти углы треугольника, если второй больше первого на 20°, а третий больше второго тоже на 20°.

3) Найти углы треугольника, если второй угол меньше первого на 7°, а третий меньше второго тоже на 7°.

4) Периметр равнобедренного треугольника $=16$ дм., а каждая из боковых сторон больше основания на 2 дюйма. Чему равно основание?

5) Четыре гири весят пуд; вторая гиря тяжелее первой на 2 фунта, третья тяжелее второй на 6 фунтов, а четвертая тяжелее третьей на 18 фунтов. Определить вес каждой гири.

6) Четыре гири весят пуд; вторая легче первой на 18 фунтов, третья легче второй на 6 фунтов, а четвертая легче третьей на 2 фунта. Определить вес каждой гири.

145. Составить задачи, решение которых приводится к уравнениям:

1) $x+(x+1)+(x+2)=33$;
2) $(x-2)+x+(x+2)=180$;
3) $16-(x+1)=5$;
4) $16-(x-1)=5$;
5) $12-x=x-4$;
6) $x+\left(x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+1\right)=100$.

146. Вопроси нѣкто оучителя нѣкоего глагола: повѣждь ми колико имаши оученикѡв оу себе ко оучилищи, понеже имам сына ѿдати ко оучилищи: и хощу оувѣдати ѿ числѣ оученикѡв твоих, оучитель же ѿвѣщав рече ему: аще

прїидет ми оученикѡк толико же, елико имам, и полтолика, и четвертаѧ часть, еще и твой-сын, и тогда будет оу мене оученикѡк 100. (Арифметика Магницкого 1703.)

§ 9. Умножение и деление одночленов.

Умножение.

$a \cdot b = b \cdot a$ (переместительный закон);

$a \cdot (b \cdot c) = (ab) \cdot c = abc$ (собирательный или сочетательный закон).

147. Записать короче (пользуясь знаком умножения):

1) $7 + 7 + 7 + 7 + 7$;
2) $a + a + a + a + a + a + a$;
3) $(a + b) + (a + b) + (a + b) + (a + b)$;
4) $\underbrace{x + x + x + \ldots + x}_{n \text{ рав.}}$

148. Представить произведение $a \cdot b$ площадью прямоугольника со сторонами a и b, если a и b имеют следующие значения (в сантиметрах):

1) 3 и 4; 2) 7 и 13; 3) 1 и 1;
4) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$; 5) 0,4 и 0,5; 6) 6 и $\frac{1}{8}$.

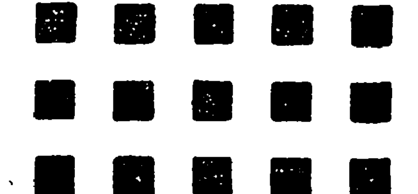
149. 1) Пользуясь значениями a и b, данными в предыдущей задаче, проверить равенство:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

2) Объяснить, как при помощи фиг. 5 можно проверить то же равенство при целых значениях a и b.

Какие значения имеют a и b в этом случае?

3) Составить такую же таблицу для $a = 7$, $b = 4$.



Фиг. 5.

150. Показать, подставляя вместо a, b, c произвольные числа, что $a \cdot b \cdot c = b \cdot c \cdot a = c \cdot a \cdot b$.

151. Вычислить возможно более простым способом.

1) 8.7.25; 3) 37.8.3; 5) 4.13.625; 7) 7.8.15;
2) 4.47.75; 4) 5.125.4.8; 6) 125.75.16.4; 8) 16.19.375.

152. Показать, подставляя вместо a, b, c произвольные числа, что

$$a.(bc)=(ab).c.$$

153. Вычислить:

1) 45.36 = 45.4.9; 3) 125.28;
таким же образом: 2) 95.48; 4) 825.24.

154. Упростить произведения

1) $2a.5b$; 2) $4b.3,75$; 3) $15a.3b.\frac{1}{5}c$ 4) $6x.7y$;
5) $6c.135$; 6) $2x.0,5y.3$; 7) $9m.7p$; 8) $5x.18y$.
9) $\frac{1}{2}u.\frac{1}{3}v.\frac{1}{4}w$, 10) $0,6x.50y.0,4z$; 11) $1,25ab.04,8cd.2xy$.

Деление.

$$(a:b).b=a \qquad (a.b):b=a.$$

155. Выполнить следующие деления, производя каждый раз проверку:

1) $36abc:9$; 2) $39am:13$; 3) $44xy:18$; 4) $7\frac{1}{2}ax:3$;
5) $\frac{3}{4}b:5$; 6) $3a:a$ 7) $2\frac{4}{5}xy:2$; 8) $8\frac{8}{9}yx:4$;
9) $3\frac{6}{11}cx:3$; 10) $2x:\frac{1}{2}$; 11) $3x:\frac{3}{2}x$; 12) $6b:\frac{2}{3}b$;

13) $8y:\frac{4}{5}y$; 14) $7c:1\frac{2}{5}c$; 15) $5b:1\frac{1}{4}b$,
16) $30ax:5a$; 17) $50np:2p$; 18) $105xyz:3y$;
19) $3a:2a$; 20) $3\frac{1}{5}b:4b$; 21) $8\frac{1}{4}xy:3x$;
22) $39abc:13ac$; 23) $76abxy:18aby$; 24) $84a.a.n.x:7ax$;
25) $1\frac{1}{2}ab:2\frac{1}{4}a$; 26) $3\frac{1}{2}ax:2\frac{1}{2}ax$; 27) $3\frac{3}{4}xy:1\frac{7}{8}y$;
28) $8\frac{1}{3}ay:1\frac{2}{3}a$; 29) $\frac{2}{3}ab:\frac{3}{2}b$; 30) $5nx:15n$.

156. Вычислить: 1) 18.25 = 18.(100:4); таким же образом
2) 326.50; 3) 512.5; 4) 13.25; 5) 15.75;
6) 24.125; 7) 32.625; 8) 16.375; 9) 48.250.

157. Вычислить: .

1) $1700:25=17\,.\,100:25$

таким же образом 2) $1200:75$; 3) $1400:25$; 4) $6000:125$; 5) $36000:625$.

158. Упростить выражения:

1) $\frac{2}{3}abx\cdot\frac{3}{4}cy:\frac{1}{2}by$; 2) $1\frac{1}{2}abn\,.\,2\frac{1}{3}xy:1\frac{1}{6}bnx$;

3) $\frac{1}{2}abc\cdot\frac{3}{5}xy:1\frac{1}{5}bcy$; 4) $3\frac{1}{2}axy\,.\,1\frac{1}{3}by:2\frac{1}{3}ax$;

5) $(7{,}5amv:2{,}25am)\,.\,30mq$; 6) $6{,}25pqr\,.\,0{,}8ry:5px$.

159. В произведении $ab=120$ один из сомножителей получает последовательно значения от 1 до 120.

Какие значения должен при этом принимать другой сомножитель?

160. $ab=c$; какие значения будет принимать произведение, если один сомножитель останется постоянным, а другой будет:

1) умножаться на 2, 3 и т. д. до 10;

2) делиться на 2, 3 и т. д. до 10.

161. В произведении $ab=c$ оба сомножителя одновременно

1) умножаются на 2, 3 и т. д. до 10;

2) делятся на 2, 3 и т. д. до 10.

Как изменяется произведение?

162. Как изменяется произведение, если один из сомножителей умножается на 2, 3 и т. д. до 10, а другой делится на то же число?

163. В частном $a:b=12$ получает последовательно значения от 1, 2 и т. д. до 12: 1) делимое; 2) делитель.

Какие значения принимает в первом случае делитель, во втором случае делимое?

164. Какие значения принимает частное $a:b=c$,

1) если делимое умножается на 2, 3 и т. д. до 10, а b постоянно?

2) если делитель умножается на 2, 3,... до 10, а делимое постоянно.

165. В частном $a:b=c$ делитель умножается на 2, 3 и т. д. до 10. Как изменяется:

1) частное при постоянном a?
2) делимое при постоянном c?

166. Как изменится частное $a:b=c$, если:

1) Делимое и делитель умножить на одно и то же число?

2) Если делимое и делитель разделить на одно и то же число?

3) Как будет изменяться частное, если a умножать на 2, 3 и т. д. до 10, а b одновременно с этим делить на то же число?

4) Как будет изменяться частное, если a делить на 2, 3 и т. д. до 10, а b одновременно с этим умножать на то же число?

Уравнения и задачи.

167. Решить следующие уравнения:

1) $5x=15$;	2) $x:5=8$;	3) $3x=24$
4) $7=x:3$;	5) $28x=7$;	6) $x:0.25=8$;
7) $56x=8$;	8) $9=0{,}3:x$;	9) $8x=3$;
10) $x:0{,}8=86{,}25$;	11) $9x+4=31$;	12) $x:0{,}5=6$;
13) $8x+1=17$;	14) $x:16=0{,}375$;	15) $19=100-9x$;
16) $x:\frac{2}{3}=6$;	17) $7x-5=9$;	18) $7x+5=9$;
19) $5x-16=9$;	20) $5x+16=20$;	21) $25=29-4x$;
22) $\frac{3}{4}x=300$;	23) $5-x:7=4$;	24) $\frac{3}{5}x-5=1$.

168. Записать условия следующих задач в виде уравнений и решить их:

1) Какое число следует умножить на 7, чтобы получить 1001?

2) Какое число следует разделить на 27, чтобы получить 37?

3) На какое число следует умножить 30,03, чтобы получить 111,111?

4) На какое число следует разделить 70,07, чтобы получить 7,7?

5) На какое число следует умножить $\frac{3}{5}$, чтобы получить 1?

6) На какое число следует умножить $\frac{4}{5}$, чтобы получить $\frac{5}{4}$?

7) Чему равно делимое, если делитель $\frac{8}{17}$, а частное $\frac{17}{8}$.

169. Если какое-либо место на земной поверхности лежит западнее другого на 15° (разность долгот равна 15°), то часы в этом месте показывают 1 часом меньше.

1) Чему равна разность долгот Москвы и Петрограда, если часы показывают в Петрограде 11 час. 31 мин., когда в Москве полдень? Какой из этих городов лежит западнее и на сколько?

2) Когда часы показывают в Петрограде полдень, в Пекине—5 час. 48 мин. дня, а в Шанхае—6 час. 4 мин. дня. На сколько восточнее Пекина расположен Шанхай? Чему равна разность долгот Пекина и Петрограда?

3) Когда пароход вышел из Петрограда, хронометр был поставлен по петроградскому времени. Какова долгота парохода относительно Петрограда, если хронометр в полдень показывает 6 часов? Сколько решений может иметь эта задача?

170. 1) Один из углов треугольника вдвое меньше другого и втрое меньше третьего. Определить углы.

2) Один из углов треугольника вдвое меньше другого и втрое больше третьего. Определить углы.

3) Один из углов треугольника вдвое больше другого и втрое меньше третьего. Определить углы.

171. 1) Четыре гири весят пуд. Определить вес каждой из них, если каждая из них в три раза тяжелее другой, более легкой. (Эти гири обладают тем свойством, что при помощи их можно взвесить любой груз, содержащий целое число фунтов от 1 до 40.)

2) Разделить 6000 рублей между четырьмя братьями так, чтобы второй брат получил вдвое больше первого,

третий — вдвое больше второго, четвертый — вдвое больше третьего.

3) 1000 человек солдат размещают в трех бараках; при этом известно, что во втором бараке можно поместить вдвое более, а в третьем — в пять раз более людей, чем в первом. На сколько человек рассчитан каждый барак?

4) Было продано товара трех сортов. Второго сорта в два раза более, чем первого, а третьего—в три раза больше, чем второго. Фунт 1-го стоил 5 руб., второго—3 рубля и 3-го—1 рубль. Сколько фунтов каждого сорта было продано, если за все выручили 85 руб.?

5) Странник при встрече с учениками спрашивает их: «Сколько вас в школе?» Один из них отвечает: «Удвой наше число, умножь его на 3 и раздели на 4. Прибавь еще меня, и тогда получишь всего 100». (Сколько учеников?) (Из сборника, относящ. к VIII веку по Р. Х.)

172. Первая задача на «задуманное число» в старейшей из книг по «увеселительной математике», в «Problèmes plaisants et délectables» кавалера Клода-Гаспара Башеде-Мезириака (1613), имеет следующее содержание (задача приведена для наиболее простого случая):

«Предложи задумать число (четное); заставь его утроить, затем взять половину полученного произведения; эту половину предложи опять утроить. Затем спроси, сколько девяток в полученном числе. Замени каждую девятку двойкой и тогда узнаешь задуманное число».

Составить формулу для решения задачи и показать правильность способа, указанного Баше.

173. Составить задачи, приводящиеся к следующим уравнениям:

1) $8x = 56$; 2) $x:4 = 16$; 3) $x:\frac{1}{3} = 2$;

4) $3 = 12:x$; 5) $16 - 3x = 4$; 6) $0,5 = 8:x$.

Упражнения.

174. Упростить выражения:

1) $(4ax + 3by) - (2xa + 3by) + (7xa - 4yb)$;
2) $(5xz - 2xy + 3yz) - (4zx + 2yx - 3zy)$;
3) $(7abc - 5bcd) + (3bca + 5cbd) - 10cba$;
4) $(5pq + 3rs) - (2qp - 2sr) + (4sq + 2pr)$;
5) $(2{,}5ab - 4{,}05ac + 10bc) - (0{,}5ba + 5{,}95ac - 9cb)$;
6) $(4xyz - 2xy + 3yz + xz) - (3yzx + 2xy + 3zy + 7zx)$;
7) $abcd + bcda - adcb + acbd + dbca - dcba$;
8) $(abx - aby + abz) - (xab - yba) + (zba + ayb)$.

В произведениях принято писать сомножители в алфавитном порядке.

§ 10. Степени.

175. Записать в более короткой форме:

1) $5.5.5.5.5.5$; 2) $2.2.2.2$; 3) 3.3;
4) $25.25.25$; 5) $7.7.7.7$; 6) $4.4.4.4.4.4$;
7) $a.a.a.a$; 8) $bbbbbbb$; 9) $xxxxxxxxx$;
10) $pppppppppp$; 11) $qqqqq$; 12) $zzzzzzzzzzzzzz$.

176. Записать без показателя:

1) 3^4; 2) 4^5; 3) a^3; 4) x^6; 5) 2^5; 6) 3^6; 7) b^7; 8) y^{12}.

177. Вычислить:

1) 2^5; 2) 3^2; 3) 4^3; 4) 5^4; 5) 7^3; 6) 2^3; 7) 3^4; 8) 4^2; 9) 6^3; 10) 10^6.

178. Указать порядок действий и, где возможно, опустить скобки:

1) $(a^2).(b^3)$; 2) $a.(b^3)$; 3) $(ab)^3$;
4) $(2^5).(y^4)$; 5) $(x^2).(3^4)$; 6) $(x^2y)^7$.

179. Написать в более короткой форме:

1) $aabbb$; 2) $3.3.aaaxxxx$;
3) $2.2.3.3.3.ppp$; 4) $5.5.5.x.y.y.zzx$;
5) $2.2.3.3.5.5aaxxyy$;
6) $2.2.2.3.3.3.3.a.a.a.a.a.x.x.zzz$.

180. Разложить на простые множители и записать разложения в наиболее короткой форме:

1) 1000; 2) 64; 3) 343; 4) 144;
5) 1728; 6) 256; 7) 625; 8) 729;
9) 4096; 10) 216; 11) 1000000; 12) 512.

181. Указать, в чем заключается различие между:

1) a^2b и ab^2; 2) ab^2 и $(ab)^2$;
3) a^2b и $(ab)^2$; 4) $2a^2$ и $(2a)^2$;
5) $5x^3$ и $(5x)^3$; 6) x^2+y^2 и x^2y^2;
7) a^2+b^2 и $(a+b)^2$; 8) a^2-b^2 и $(a-b)^2$;
9) a^3+b^3 и $(a+b)^3$; 10) $5x^2y$ и $5xy^2$;
11) $5xy^2$ и $5(xy)^2$; 12) $5xy^2$ и $(5xy)^2$.

182. Записать:

1) Квадрат числа a. 2) Куб числа x.
3) Сумму квадрата числа a и куба числа b.
4) Сумму квадратов чисел a и b.
5) 2, умноженное на квадрат числа a.
6) 5, умноженное на куб числа x.
7) Квадрат числа $2a$. 8) Куб числа $5x$.
9) Число a, умноженное на куб числа b.
10) Куб произведения чисел a и b.
11) Сумму квадратов чисел x и y.
12) Квадрат суммы чисел x и y.
13) Разность квадратов чисел a и b.
14) Квадрат разности чисел a и b.
15) Сумму кубов чисел a и b.
16) Разность кубов чисел a и b.
17) Куб суммы чисел a и b.
18) Куб разности чисел x и y.

183. 1) Вычислить а) $3a$, б) a^3 при $a=2, 3, 4$.
2) Вычислить а) $5x$, б) x^5 при $x=2, 3$.
3) Какая разница между x^3 и $3x$?

184. Проверить, что

1) $2^3\neq 3^2$; 2) $2^5\neq 5^2$; 3) $3^4\neq 4^3$; 4) $5^3\neq 3^5$.

185. Сколько квадратных единиц в площади квадрата, сторона которого в сантиметрах выражается числом:

1) 3; 2) 5; 3) a; 4) x;
5) $2a$; 6) $3x$; 7) $x+y$; 8) $2a+b$.

186. Сколько кубических единиц в объеме куба, ребро которого в сантиметрах равно:

1) 2; 2) 5; 3) a; 4) $x+y$.

187. Вычислить значение выражений:

1) $y=x^2+2x+3$ при $x=1$;
2) $y=x^3+4x-1$ » $x=1$;
3) $y=4x^2-5x+7$ » $x=2$;
4) $y=3x^2-x+19$ » $x=3$;
5) $y=x^3-x+16$ » $x=3$ и при $x=2$;
6) $y=4x^4-x^3+x$ » $x=5$ и при $x=3$;
7) $y=x^2+q-px$ » $p=5$, $q=6$, $x=2$;
8) $y=x^2+q-px$ » $p=5$, $q=6$, $x=3$;
9) $y=x^2+q-px$ » $x=5$ $\begin{cases} q=15; \\ p=8; \end{cases}$
» $x=3$
10) $y=10x^2-x$ » $x=0{,}1$;
11) $y=1000x^3-x$ » $x=0{,}1$ и при $x=0{,}2$.

188. Упростить выражения:

1) $15c^2-17c-14c-13c^2+23c+7c^2$;
2) $15cd^2-8c^2d-5c^2d-13cd^2+17c^2d+9cd^2$;
3) $13\frac{3}{5}z^2y^3-4\frac{2}{7}z^2y-5\frac{4}{15}z^2y^3+3\frac{1}{2}z^2y+2\frac{11}{14}z^2y-3\frac{3}{10}z^2y^3$;
4) $8\frac{3}{4}z^3-5\frac{6}{11}z^3u-4\frac{13}{44}z^3u+4\frac{13}{44}z^3+12\frac{3}{4}z^3u-2\frac{6}{11}z^3$;
5) $14a^2b+3ab^2-5ba^2+2b^2a-abb+2aab$;
6) $25x^3y^2-5x^2y^3+4yx^4-2y^3x^2-4x^4y+y^2x^3$;
7) $30axx+25aax-14xxa-25xaa+x^2a-a^2x$;
8) $13{,}5ax^5-0{,}4bx^4-3{,}5x^5a-0{,}96x^4b+2bxxxx$;
9) $3p^2+(7-3p)+(4p-6p^2-4)+(4p^2+3p-1)$;
10) $5a+(10a^2-3a^3)+(5a^3-16a)+(12a-7a^2+a^3)$;
11) $20x^2-14x-(5-6x^2)-(7+4x)+(3x^2+20x+19)$;
12) $18z^2-11zu-5u^2-(7z^2-5zu+8u^2)-(13zu-9z^2-4u^2)-$ $-(4z^2-20zu-11u^2)$;
13) $15{,}3a^2-7{,}5ab+1{,}9b^2-(2{,}7ab-1{,}6a^2-2{,}4b^2)-(2{,}2a^2+$ $+1{,}2ab-3{,}4b^2)-(2{,}7b^2-1{,}3a^2+0{,}8ab)$;

189. Упростить выражения:

1) $a^3 \cdot a^2$; 2) $x^4 \cdot x^2$; 3) $a^2 \cdot a$; 4) $x \cdot x^2 \cdot x^3$;
5) $b \cdot b^3$; 6) $y \cdot y^3$; 7) $b \cdot b^2 \cdot b^3$; 8) $y \cdot y^2 \cdot y^3 \cdot y^4$.

190. Упростить выражения:

1) $ab \cdot ab^2$; 2) $xy \cdot x^2y$; 3) $x^2y \cdot x^3y^2$; 4) $2xy \cdot 4x^2y^3$;
5) $ab^3 \cdot ab^4$; 6) $ab \cdot a^2b^3$; 7) $x^2y \cdot xy^2$; 8) $3ab^3 \cdot 5a^2b$.

191. Упростить выражения:

1) $a^5:a^2$; 2) $z^4:z^4$; 3) $y^2:y$; 4) $y^2:y^2$;
5) $b^8:b^3$; 6) $c^{10}:c$; 7) $d^{13}:d^3$; 8) $n^{20}:n^{10}$.

192. Упростить выражения:

1) $a^5b^5:a^2b^2$; 2) $a^5c^3:a^2c$; 3) $x^8y:x^5y$; 4) $x^7y:x^3$;
5) $p^6q^6:p^6q^6$; 6) $pq^9:q^8$, 7) $a^{12}b^6:a^6b^3$; 8) $y^3z^4:yz$
9) $26x^4y:2x^3y$, 10) $3{,}5a^{10}b^4:7a^5b^2$;
11) $100x^9z^2:50z^2x^7$; 12) $0{,}625x^3y^5:0{,}25xy^5$;
13) $3\frac{1}{5}a^8b^2:\frac{4}{5}a^6b^2$ 14) $2{,}25ab^3c^5:\frac{3}{2}abc^3$;
15) $2{,}64a^4b^7:1{,}32b^7a^4$; 16) $0{,}5x^{13}y^3:2{,}5yx^{13}$.

193. Раскрыть скобки и упростить выражения:

1) $(a^2)^3$; 2) $(a^3)^2$; 3) $(x^4)^2$; 4) $(x^2)^4$;
5) $(2a^2)^2$; 6) $(3b^5)^2$; 7) $(4x^3)^4$; 8) $(5y^2)^3$;
9) $(3a^2)^3$; 10) $(2a^3)^3$; 11) $(5x^2)^4$; 12) $(2x^5)^4$;
13) $\left(\frac{1}{2}x^7\right)^4$; 14) $\left(\frac{3}{4}y^5\right)^3$; 15) $(0{,}5a)^2$; 16) $(1{,}2z^4)^2$;
17) $(ab^2c^3)^4$; 18) $(3ab^3)^2$; 19) $(0{,}2ab^3)^6$; 20) $(1{,}1a^2b^7c^{11})$.

194. Записать и, где возможно, упростить:

1) произведение куба числа a на квадрат того же числа;
2) сумму куба числа a с квадратом того же числа;
3) частное от деления куба a на a;
4) частное от деления десятой степени x на куб числа x;
5) удвоенный квадрат числа c;
6) квадрат удвоенного числа c.

195. Как изменится квадрат числа, если число
увеличить в 1) 2, 2) 3, 3) 10, 4) k раз?
уменьшить в 1) 2, 2) 7, 3) 100, 4) p раз?

196. Как изменится куб числа, если число увеличить (или уменьшить)

в 1) 2, 2) 5, 3) 10, 4) 100. 5) k раз?

197. Упростить выражения:

1) $(3a^2b - 5ab^2) + (6a^3 + 9ab^2) - (5a^2b - 3b^3 + 2ab^2)$;

2) $(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) - (x^3 - x^2y + xy^2 - y^3) + (x^2y - xy^2)$;

3) $(4a^5b^2 - 2a^2b^5) + (2a^4b^3 + 2a^2b^5) - (4a^5b^2 + 2a^4b^3 - a^3b^4)$;

4) $(6ax^2 + 6ax^3 - 2ax^4) - (2ax^2 + 6ax^3 + 4ax^4)$;

5) $(a^4 + b^4) - (a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) + (2a^3b - a^2b^2 + 2ab^3)$.

198. 1) *Задача из папируса Ахмеса* (1700 до Р. Х.). 7 человек имеют по 7 кошек, каждая кошка съедает по 7 мышей, каждая мышь съедает по 7 колосьев ячменя, а из каждого колоса вырастает 7 мер. Сколько мер ячменя сохранится благодаря этим кошкам?

2) На лестнице с 10-ю перекладинами сидят голуби: на первой—1, на второй—2, на 3-й—4 и т. д., на каждой перекладине вдвое больше, чем на предыдущей. Сколько голубей сидит на последней перекладине? Какой ширины должна быть лестница, если на 1 арш. ее перекладины умещается 6 голубей?

3) Из арифметики Магницкого (1703): **Нѣкто имяше великое свинечное ядро, в немже діаметр есть 18-ти цоль, из него же хощет дѣлати пули, иже всякая в діаметрѣ своем имела в $\frac{1}{2}$ цоли. и вѣдателно есть колико тѣх мѣлких из болшаго ядра будет;** (цоль — дюйм).

(Указание: отношение объемов шаров равно кубу отношения их диаметров).

Умножение равных сомножителей называется *возведением в степень*.

Произведение равных сомножителей называется *степенью*.

Число, которое возводится в степень, называется *основанием* степени.

Число, которое показывает, в какую степень возводится основание, называется *показателем степени*.

Выражение a^1 иногда употребляется вместо a, так как

$$a^n . a = a^{n+1} = a^n . a^1.$$

Возведение в степень называется действием *третьей* ступени.

Когда в выражение входят знаки действий: сложения, вычитания, умножения, деления и возведение в степень, то сохраняется порядок вычисления, указанный в § 2, т.-е. прежде всего производится возведение в степени (действия высшей — третьей ступени), затем умножение и деление (действия второй ступени) и, наконец, сложение и вычитание (действия первой ступени).

§ 11. Умножение и деление многочленов.

$$\left.\begin{array}{l}(a+b) . m = m(a+b) = am + bm \\ (a-b) . m = m(a-b) = am - bm \\ (a+b) : m = a : m + b : m \\ (a-b) : m = a : m - b : m\end{array}\right\}$$ Распределительный закон.

Умножение многочлена на одночлен.

199. Записать при помощи скобок и решить следующие задачи: 1) сумму 17 и 16 умножить на 3;

2) умножить сумму 151 и 149 на дробь $\frac{1}{3}$;

3) 8 умножить на разность 18 и 5;

4) найти число, которое в 20 раз больше разности 2 и 0,2;

5) найти число, которое составляет $\frac{7}{8}$ суммы 256 и 2,56.

200. Проверить справедливость равенства:
$(a+b)m = am + bm$, если 1) $a = 10$, $b = 5$, $m = 4$; 2) $a = \frac{3}{4}$,

$$b = \frac{1}{2},\ m = \frac{1}{3}.$$

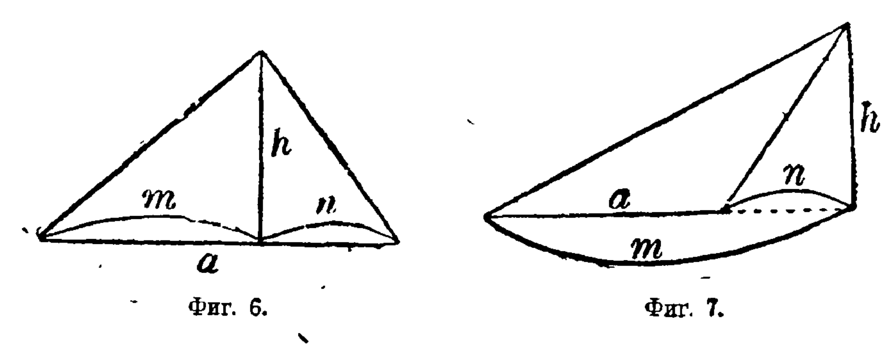
201. Представить произведение $(a+b)m$ площадью прямоугольника и показать, что эта площадь равна сумме площадей, изображающих произведение am и bm.

202. 1) Проверить при значениях задачи 200 что

$$(a-b)m = am - bm.$$

2) Представить произведение $(a-b)m$ площадью прямоугольника и показать, что эта площадь равна разности площадей, изображающих произведение am и bm.

203. Если в прямоугольнике, стороны которого содержат a и h единиц длины, провести диагональ, то прямоугольник разобьется на два равных друг другу прямоугольных треугольника, и площадь каждого из них поэтому равна $\frac{1}{2}ah$ [половине произведения a (основание) на h (высоту)].



Фиг. 6. Фиг. 7.

Показать, что и для всякого треугольника площадь вычисляется по той же формуле (разбивая треугольник на прямоугольные треугольники).

204. Показать проверкой справедливость следующих равенств:

1) $n-(a+b)m=n-(am+bm)=n-am-bm;$
2) $n-(a-b)m=n-(am-bm)=n-am+bm.$

205. Упростить следующие выражения:

1) $3(a+b)+4(a-b)$; 2) $7(2a-3b)+3(2a+7b)$;
3) $2(x-2y)+3(x-3y)$; 4) $12(2m+3n)-6(4m-7n)$;
5) $3(a+b)+5(a-b)-(a+b)-(a-7b)$;
6) $2(x-y)-3(x+y)-7(x-y)+8(x+y)$;

205. 7) $(a-b+c).5$; 8) $(3a+5b-7c).6$;
9) $7(2a-3b+8)$; 10) $8(a-7b+5c)$;
11) $(3a-4b+5c).2x$; 12) $3(5n-3p-7q).y$,
13) $3(2a-6b-5c)-2(a-5b-8c)-4(a-2b)$;
14) $5a(3a-2b-2c)+2b(5a-3b+5c)+10c(a-b)$.

206 Раскрыть скобки и, если возможно, упростить:

1) $\frac{1}{2}(x+y)+\frac{1}{2}(x-y)$, 2) $\frac{1}{2}(x+y)-\frac{1}{2}(x-y)$;
3) $3ab(5a-9b)$, 4) $15x^2(4xy+3y^2)$;
5) $(3{,}4m-6{,}3n+12{,}7p-3{,}6q).0{,}9mq$;
6) $(4{,}3x^3-5{,}4xy-2{,}4y^4+7{,}8x-2{,}3y).5xy$;
7) $3(3z-5u)+6(5u-z)-2(4u+z)$;
8) $3(2x-11y)+17x-4(5y-8x)+17y$;
9) $5y(2z+3y)+3(5y^2+2yz)-4x(4z-3y)$;
10) $(5a-7b)4a-(3a-8b)5b-(7b-2a)6a+(5a-b)3b$;
11) $(5x+3y)6z+3y(2x-7z)-5z(3x+5y)+7x(2y-3z)$;
12) $1{,}3m(0{,}5m-0{,}3b)+4(0{,}4b^2-5mb)+0{,}3b(8b-3m)$.

206а. Проверить справедливость равенства:

$(a+b):m=a:m+b:m$, если 1) $a=17$, $b=3$, $m=4$; 2) $a=110$, $b=10$, $m=40$; 3) $a=0{,}64$; $b=0{,}36$; $m=0{,}4$.

206б. Проверить при значениях предыдущей задачи, что

$$(a-b):m=a:m-b:m.$$

206в. Выполнить деление:

1) $(5a+5b-5c):5$, 2) $(ax-bx+cx):x$;
3) $(8a-6b+10c):2$; 4) $(ax^2+bx-5x):x$;
5) $(6ax-9bx-15x):3x$; 6) $(8a^2-4ac+12a):4a$;
7) $(49an-21n^2-91np):7n$; 8) $(12a^2x-8abx+20axy):1\frac{1}{3}a$;
9) $(\frac{3}{4}axy-\frac{2}{5}bxy+\frac{7}{10}cxy):\frac{1}{20}xy$; 10) $(2\frac{1}{2}abx-3\frac{1}{3}bcy+3\frac{3}{4}bd):\frac{5}{4}b$.

Умножение многочленов.

207. Записать (где необходимо, пользуясь скобками) и вычислить результаты:

1) произведение суммы 17 и 18 на сумму 19 и 18;
2) сумму 7 и 14, умноженную на разность 28 и 16;
3) произведение суммы и разности чисел 16 и 13;
4) произведение разности 36 и 13 на разность 26 и 13.
5) *a*) сумму квадратов, *b*) квадрат суммы, *c*) разность квадратов, *d*) квадрат разности чисел 25 и 15.

208. В тожестве $(a+b)m=am+bm$ сделать подстановку $m=x+y$ и, раскрыв скобки в правой части, показать, что $$(a+b)(x+y)=ax+ay+bx+by.$$

209. Показать справедливость того же равенства подстановкой $q = a + b$ в тожестве

$$q(x + y) = qx + qy.$$

210. Представить произведение $(a + b)\ (x + y)$ в виде площади прямоугольника и проверить на чертеже выведенную формулу.

211. Показать, что

$$(a + b)\ (x - y) = ax + bx - ay - by,$$

делая подстановку $m = x - y$ в тожестве

$$(a + b)m = am + bm.$$

212. Показать, что

1) $(a - b)\ (x + y) = ax + ay - bx - by.$

2) $(a - b)\ (x - y) = ax - ay - bx + by,$

делая в тожестве $(a - b).\ m = am - bm$

подстановки: 1) $m = x + y$; 2) $m = x - y$.

213. Раскрыть скобки и, где возможно, упростить:

1) $(7x - 3)(5x - 4)$;
2) $(3x - 2)(x + 3)$;
3) $(7a - 5b)(6a + 5b)$;
4) $(8x - 7y)(7x + 6y)$;
5) $(3,2a - 5b)(5a - 2,8b)$,
6) $(1,6x + 0,3y)(5x + 0,7y)$;
7) $(3,5x + 0,2)(8,2x - 0,3)$;
8) $(7,25 + 4x)(2,8 - 3,6x)$;
9) $(3y + 2)(4,8y - 1,5)$;
10) $(7a - 0,3)(2,8a - 5)$;
11) $(4x - 9y)(5x + 3y)$;
12) $(3a - 5b)(7a - 10b)$;
13) $(9a + 4b)(4b - 2a)$;
14) $(15x + 4b)(4x + 5b)$;
15) $(a + b + c)(d + e)$;
16) $(a - b + c)(d - e + f)$;
17) $(a + b + c)(a + b - c)$;
18) $(a + b - c)(a - b + c)$;
19) $(15m - 4n)(4m + 15n) - (20m - n)(3m - 5n)$;
20) $(21c + 5d)(2c - 3d) + (7d + 10c)(3c - 10d)$;
21) $(40x - 7y)(5x - 2y) - (x - 9y)(8x - y)$;
22) $(9p - 4q)(2p + 3q) - (5p - 6q)(6q - 5p)$;
23) $(7x - 3y)(5x + 4y) - (2x - 7y)(x - 5y) - (4x + 3y)(3x - 4y)$;
24) $(3,4c - 5y)(5c - y) - (3,5c + 4y)(4c - 5y) - (15c^2 - 10y^2)$;

214. 1) $(5x^3 - 2x^2 + x + 3)(4x - 1)$;
2) $(3x^2 - 4x + 5)(3x^2 + 2x + 4)$;
3) $(5x^3 - 1 + 2x - 3x^2)(x^2 - 2x)$;
4) $(4a^3 - 2a^2 + 1 - 3a)(1 + 2a)$;
5) $(7x^3 + 9ax^2 - 3a^2x + a^3)(5x - 2a)$;

214. 6) $(9a^2-2ab+3b^2)(3b^2+2ab+9a^2)$;

7) $(x^3+a^3+ax^2+a^2x)(a-x)$,

8) $(m^4+p^4-m^3p-mp^3+m^2p^2)(p+m)$;

9) $(3x^3-2xa^2+0{,}5ax^2+0{,}1a^3)(10a-6{,}1x)$;

10) $(7x^3-2xy^2+0{,}2x^2y+y^3)(x-0{,}1y)$;

11) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$; 12) $(x^2-xy+y^2)(x+y)$;

13) $(a^4-a^2b^2+b^4)(a^2+b^2)$;

14) $(a^5-a^4+a^3-a^2+a-1)(a+1)$.

215. 1) $(2a^3+3a^2+2a+1)(2a+1)$; 2321.21;

2) $(3x^3+2x+1)(3x+1)$; 3021.31;

3) $(2x^3+x^2+3)(2x+3)$; 2103.23

4) $(3x^3+x^2+2x)(3x+2)$; 3120.32.

Чем следует в последних четырех примерах заменить главную букву, чтобы результат умножения многочленов совпал с результатом умножения целых чисел в той же строке?

Указать, как законы умножения применяются при умножении многозначных чисел.

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2,$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

216. 1) **Раскрыть скобки и упростить**

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b);$$

сравнить получающийся здесь результат с геометрическим представлением произведения при помощи квадрата.

Вычислить значение полученной формулы при

	a	b
1)	20	3
2)	30	5.

2) Подобным же образом поступить

с а) $(a-b)^2=(a-b)(a-b)$,

б) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

217. Пользуясь полученными формулами, вычислить:

1) 33^2; 2) 51^2; 3) 107^2;

4) 1010^2; 5) 34^2; 6) $(a+3)^2$;

217. 7) $(7x+5)^2$; 8) $(3x+2y)^2$; 9) $(p+1)^2$;
10) $(10a+b)^2$; 11) $(1000a+b)^2$; 12) $(100a+10b)^2$;
13) 19^2; 14) 58^2; 15) 99^2;
16) 899^2; 17) 45^2; 18) $(x-8)^2$;
19) $(3a-5)^2$; 20) $(4x-6y)^2$; 21) $(m-1)^2$;
22) $(10a-b)^2$; 23) $(100a-b)^2$; 24) $(100a-10b)^2$;
25) 18.22; 26) 101.99;
27) 53.47; 28) 1010.990;
29) $(n+1).(n-1)$; 30) $(x-9).(x+9)$;
31) $(3a-5).(3a+5)$; 32) $(2a+b).(2a-b)$;
33) $(7x+3y).(7x-3y)$; 34) $(4u-3v).(4u+3v)$;
35) 28^2-12^2; 36) 37^2-23^2; 37) 96^2-56^2;
38) 823^2-73^2; 39) 529^2-91^2; 40) 587^2-575^2.

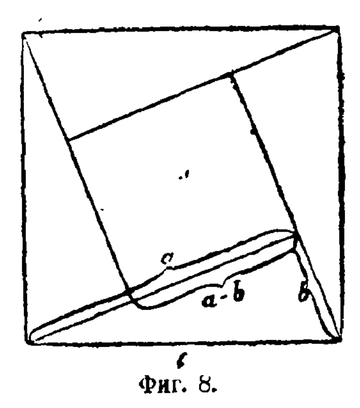
218. Раскрыть скобки и, где возможно, упростить выражения:

1) $(5a+2b)^2$; 2) $(4x-9y)^2$; 3) $(6x-7y)^2$; 4) $(7a-3)^2$;
5) $(5c-d)^2$; 6) $(9x+5)^2$; 7) $(0,2a+0,3b)^2$; 8) $(2a^3-7)^2$;
9) $(2,5r+4s)^2$; 10) $(0,3a-0,8b)^2$; 11) $(3a+b-x)^2$;
12) $(2a-3b+x)^2$; 13) $(3x-5y-2)^2$;
14) $(a+b)(a+b)(a+b)$; 15) $(a-b)(a-b)(a-b)$;
16) $(x+1)^3$; 17) $(1-y)^3$; 18) $(2a-b)^3$;
19) $(2x+5y)(2x-5y)$; 20) $(0,5-2y)(0,5+2y)$;
21) $(5a-6b)(6b+5a)$; 22) $\left(1\frac{1}{2}r+2\frac{1}{2}s\right)\left(1\frac{1}{2}r-2\frac{1}{2}s\right)$;
23) $(4a-3b)(4a+3b)(16a^2-9b^2)$
24) $(5x-y)(25x^2-y^2)(5x+y)$;
25) $\left(\frac{3}{4}c+\frac{1}{2}d\right)\left(\frac{9}{16}c^2-\frac{1}{4}d^2\right)\left(\frac{1}{2}d-\frac{3}{4}c\right)$;
26) $\left(3r^3+2\frac{1}{2}\right)\left(9r^6-6\frac{1}{4}\right)\left(3r^3-2\frac{1}{2}\right)$;
27) $(2x+3y)^3$; 28) $(a-5b)^3$; 29) $(4a-7b)^3$; 30) $(2ab+3c)^3$;
31) $(5a+7b)^2-(5a-7b)^2+(7b+10a)(7b-10a)$;
32) $(2x-9y)^2+(2x+8y)^2-(4x-6y)(6y+4x)$;
33) $(0,2+5c)^2-(4c-0,5)^2-(0,3+c)(0,3-c)$;
34) $(20r-11s)(20r+11s)-(10r-9s)^2+(5s-2r)^2$.

219. 1) У арабского математика Абул-Вафа (940—998) дан прилагаемый (фиг. 8) здесь чертеж (заимствованный у ин-

дусов). У индусов под чертежом обычно имелась подпись «смотри».

Усмотреть из этого чертежа, на основании зависимости между площадями большого (наружного) и малого (внутреннего) квадрата и площадями одинаковых прямоугольных треугольников, зависимость между числами a, b, c, выражающими в каких-либо мерах длины сторон прямоугольного треугольника (теорема Пифагора).



Фиг. 8.

2) Выяснить геометрический смысл этой теоремы, построив квадраты на гипотенузе (сторона, лежащая против прямого угла) и на катетах (стороны, образующие прямой угол).

220. Если построить прямоугольный треугольник, каждый из катетов которого равнялся бы аршину, то гипотенуза будет очень мало отличаться от метра. Сколько (приблизительно) квадратных аршин в квадратном метре?

221. Показать, что

$$(a^2+b^2)^2=(a^2-b^2)^2+(2ab)^2.$$

Составить таблицу **пифагоровых** (т.-е. таких чисел, которые могут представлять значения сторон прямоугольных треугольников) чисел $x=a^2-b^2$, $y=2ab$, $z=a^2+b^2$, придавая a и b последовательные значения от 1 до 5. Проверить и на полученных числовых значениях и на общей формуле, что числа, получаемые по этой формуле, действительно могут быть значениями сторон трямоугольного треугольника.

222. Чтобы получить квадрат двузначного числа, оканчивающегося на 5, пользуются формулою:

$$(a+5)^2=a(a+10)+25;$$

формулировать словами даваемое этой формулой правило, доказать его и, пользуясь им, вычислить: 1) 65^2. 2) 85^2: 3) 35^2.

223. Подобно тому, как и в предыдущей задаче,

$$\left(a+\frac{1}{2}\right)^2=a(a+1)+\frac{1}{4}.$$

Формулировать словами данное правило, доказать его и, пользуясь им, вычислить: $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(10\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(49\frac{1}{2}\right)^2$.

---

224. 1) В произведении $a.b=c$ множитель a увеличивается на 1, 2, 3 и т. д. до 5. Как изменяется произведение?

2) Как изменяется произведение $ab=c$, если множитель b уменьшается на 1, 2, 3 и т. д. до 5?

3) В произведении $a.b=c$ оба сомножителя увеличиваются на 1, 2, 3 и т. д. до 10; как изменяется произведение?

4) Оба сомножителя произведения $ab=c$ уменьшаются на 1, 2, 3 и т. д. до 10; как изменяется произведение?

5) Множитель a произведения $ab=c$ увеличивается на 1, 2, 3 и т. д. до 10, и одновременно на столько же уменьшается множитель b. Как изменяется произведение?

225. 1) На сколько увеличится произведение 739.571, если каждый из множителей увеличить на 1?

2) На сколько увеличится произведение 639.471, если множитель 639 уменьшить на 1, а множитель 471 увеличить на 1?

3) На сколько уменьшится произведение 549.3 1, если каждый из множителей увеличить на 1?

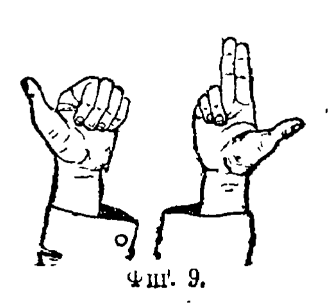
226. 1) На сколько увеличится площадь прямоугольника со сторонами 793 мр. и 137 мр., если бо́льшую сторону увеличить на 5 мр., а ме́ньшую на 7 мр.?

2) Как изменится площадь квадрата со стороной = 49 саж., если одну сторону увеличить на 1 саж., а другую уменьшить на 1 саж.? Чему будет равна площадь полученного таким образом прямоугольника?

227. На странице книги в среднем помещается 8 строк по 47 букв на каждой. На сколько больше букв будет со-

держать каждая страница, если на каждой странице помещать одной строкой меньше, а в каждой строке — на 2 буквы больше?

228. В Персии у курдов, в Валахии, а, согласно некоторым указаниям, также и у простого народа в Италии, Испании и Южной Франции распространен следующий способ заменять при вычислении на пальцах умножение чисел между 5 и 10 умножением чисел меньших пяти:



Фиг. 9.

Если требуется умножить 6 на 8, то следует на каждой руке поднять по стольку пальцев, на сколько каждый множитель превышает 5; в данном случае, следовательно, на одной руке—1, а на другой—3, а остальные пальцы—согнуть. Сумма чисел, представляемых поднятыми пальцами (здесь, следовательно, $3+1=4$) даст десятки, а произведение чисел, указываемых согнутыми (здесь, следовательно, $4 . 2=8$), дает единицы искомого произведения.

Доказать справедливость этого приема для произвольных чисел a и b.

229. Один мальчик говорит другому: «Задумай, какое хочешь, целое число; прибавь к нему 11. Полученный результат умножь на 2. Теперь вычти 20. Полученную разность умножь на 5 и вычти из удесятеренного задуманного числа. Тогда ты получишь 10». Почему это известно мальчику?

Подстановки.

230. Заменить в выражениях:

1) $x-5$; 2) x^2-6; 3) $10-x$;
4) $19-2x$; 5) x^2+2x-4; 6) x^2-3x+2

x посредством:

1) $2y$; 2) $y-3$; 3) $y+z$; 4) $y-z$.

231. В следующих выражениях положить: а) $x = a + b$; б) $y = a - b$.

1) $3x - xy + y$;
2) $3x - y(x + 1)$;
3) $2x(3 - y) - 2y$;
4) $\frac{1}{2}x(x - y) - \frac{1}{2}y(x + y)$.

232. Положить в:

1) $x^2 + 2x - 4$; $x = y - 1$;
2) $x^2 + 6x - 16$; $x = y - 3$;
3) $x^2 + x - 12$; $x = y - \frac{1}{2}$;
4) $x^2 + ax + b$, $x = y - \frac{1}{2}a$;
5) $x^3 + 3x^2 - 4$; $x = y - 1$.

Уравнения и задачи.

233. Решить следующие уравнения:

1) $7(x - 1) = 35$;
2) $9 = (28 - x) . 0,5$;
3) $15 = 0,3 . (27 + x)$;
4) $a(x + b) = 2ab$;
5) $3(x - 1) = 2(x + 1)$;
6) $5(5 - x) = 3(x - 3)$;
7) $2(x - 3) = x - 3$;
8) $12(2z + 3) = 11(5z - 8)$;
9) $9(2x + 3) = 5(5x - 10)$;
10) $6(2x + 7) = 15(x + 2)$;
11) $3x + 5(4x + 3) = 10x + 2(7x - 2)$;
12) $12z - 7(z + 4) = 26 - 4z$;
13) $7(4x - 3) + 3(7 - 8x) = 1$
14) $8(3x - 2) - 7x - 5(12 - 3x) = 13x$;
15) $6x - 7(11 - x) + 11 = 4x - 3(20 - x)$;
16) $(3x + 8)(x - 2) = (x + 4)(3x - 7)$;
17) $(27 - x)(6x - 5) = (2x + 11)(5 - 3x)$;
18) $(7x - 5)(7 - 3x) - (6 - 5x)(3x - 7) = (3x - 7) \cdot (7 - 2x)$;
19) $(x - 6)^2 + (x - 4)^2 + 9 = (6x - 2)(11x - 1) - (8x - 3)^2$;
20) $(2x + 1)^2 + (3x + 1)^2 + (8x - 3)^2 = (7x - 2)(11x - 1)$;
21) $(8 - 3x)^2 + (5 - 4x)^2 - 6 = (9 - 5x)^2 + 20x - 4$.

234. 1) Если от искомого числа отнять 5, остаток умножить на 7, к тому, что получится, прибавить 2, то в результате получится 16. Найти это число.

2) Если к неизвестному числу прибавить 3, полученную сумму умножить на 2, из произведения вычесть 8, то полу-

чится столько же, сколько получилось бы, если от этого же неизвестного числа отнять 4, утроить разность и от произведения отнять 1. Найти это число.

234. 3) Если отнять 7 от неизвестного числа, полученную разность умножить на 3 и к произведению прибавить 2, то получится столько же, сколько получилось бы, если это же неизвестное число умножить на 8, от произведения отнять 3 и остаток разделить на 7. Найти число.

4) Какое число следует прибавить к 820, чтобы полученная сумма оказалась в 10 раз больше суммы искомого числа и 37?

5) Какое число следует отнять от 1728, чтобы полученная разность была в 4 раза больше разности между 519 и искомым числом?

6) На сколько следует уменьшить каждый из сомножителей произведений 25.51 и 31.40, чтобы эти произведения оказались равными?

7) На сколько следует уменьшить каждый из сомножителей произведения 30.147 и увеличить каждый из сомножителей произведения 14.62, чтобы эти произведения оказались равными?

8) Куплено по одинаковому количеству березовых и осиновых дров; в продолжение месяца было сожжено 18 сажен березовых и 58 сажен осиновых дров. Сколько было куплено дров каждого сорта, если по прошествии месяца березовых дров осталось втрое более, нежели осиновых?

9) Сестра старше брата в 15 раз, а чрез 13 лет она будет только вдвое старше этого брата. Сколько лет каждому из них теперь?

10) Сыну 10 лет, а отец вчетверо старше его. Чрез сколько лет отец будет втрое старше сына?

11) Сколько воды нужно прилить к 40 ведрам вина 75 градусов (т.-е. к смеси, содержащей 75 частей спирта и 25 частей воды), чтобы получить смесь в 48 градусов?

12) Сколько золотников меди должно прибавить к 64 зо-

лотникам серебра 90 пробы, чтобы получилось серебро 72 пробы.

234. 13) В январе 1914 года было куплено черного и белого хлеба всего 27 фунтов на 1 руб. 80 коп. Сколько было куплено хлеба того и другого сорта, если фунт черного хлеба стоил 4 коп., а фунт белого—10 коп.

14) Торговец смешивает два сорта вина; бутылка первого сорта стоит 1 р. 35 к., а второго 60 к. Он желает получить 150 бутылок по 1 рублю. Сколько бутылок он должен взять того и другого сорта? (По ценам 1914 г.).

15) В конце 1917 года было куплено 30 аршин материи: ситцу и сукна всего на 816 руб. Аршин ситцу стоил 12 руб., а аршин сукна—18 руб. Сколько аршин было куплено ситцу, если всего было 30 арш.

16) Перевозкой транспорта заняты 24 подводы. Часть из них может нагрузить на каждую подводу по 20 пудов, а другая по 30 пудов. Сколько было подвод с нагрузкой по 30 пудов, если всего они должны были перевезти 570 пуд.?

17) В январе 1921 года из закрытого распределителя М.П.О. было выдано 4 пуда хлеба по сериям А и Б. На серию А выдавали по $1^1/_2$ ф., а на Б—по 1 фунту. Сколько было карточек той и другой категории, если выдано хлеба по 140 карточкам?

235. В старинной китайской арифметике **Кин-Чанг**, составленной около 2600 г. до Р. Х. и изданной около 1250 г. до Р. Х. математиком **Цзин-Кин-Чау**, помещены следующие задачи:

1) В клетку посажены кролики и фазаны. У животных вместе 35 голов и 94 ноги. Сколько кроликов и сколько фазанов в клетке?

2) В середине квадратного пруда со стороной в 10 футов растет тростник, который выступает из воды на 1 фут. Если его притянуть к берегу, то он весь погрузится в воду. Как глубока вода? (Примен. теор. Пифагора.)

3) Бамбук, высотой в 10 футов, переломлен на некоторой высоте; конец его касается земли на расстоянии 3 фу-

тов от основания бамбука. На какой высоте от земли переломлен бамбук? (Теор. Пифагора.)

236. 1) Ꙗкоже рещи бѧше двѧ вїна, едино лучшее, цѣною по 10 копеек галенок, другое же по 6 копеек, но желателно ми есть из тѣхъ двух вїнъ среднее здѣлати, чтобы галенокъ былъ цѣною, въ 7 копеекъ. (Арифметика Магницкого, 1703.)

236. 2) **Некто имеет двух доброт серебро, из коих одного фунт 12 рублей, а другого 25 рублей, и желает смешать один фунт так, чтобы смешанного фунт был ценою 20 рублей; спрашивается, сколько которого серебра в смешении взять должно?**

(Войтяховский)[1]).

---

[1]) Из „Курса чистой математики“, сочиненного артиллерии штык-юнкером и математики партикулярным учителем Ефимом Войтяховским в пользу и употребление юношества и упражняющихся в математике Москва, 1811 года, издание 5-е.

ОТДЕЛ ВТОРОЙ.

ТРЕТЬЯ ГЛАВА.

Относительные числа.

§ 1. Нуль.

237. Чему $= x = a - b$, 1) если $a = 5$, $b = 5$? 2) если $a = 0,7$, $b = 0,7$? 3) $a = b$?

238. Чему должно равняться $a + 0$ и $0 + a$, если $a - a = 0$?

239. Проверить равенство:

$$a + b - c = a + (b - c)$$

1) при $a = 5$, $b = 3$, $c = 3$; 2) при $b = c$.

240. Проверить равенство

$$a - (b - c) = (a - b) + c.$$

1) при $a = 8$; $b = 8$, $c = 3$; 2) $b = a$.

241. Показать проверкой, что $a - 0 = a$.

242. Какое значение принимает

$$y = 100a + 10b + c$$

при

	a	b	c
1)	5	3	0
2)	4	2	0
3)	3	5	0

243. Как короче записать левую часть равенства

$$\underbrace{0 + 0 + 0 + \ldots + 0}_{m \text{ раз}} = 0$$

244. Проверить равенства:

$(a-b)\,c = ac - bc;\ \ c(a-b) = ca - cb;$

при 1) $a=3,\ b=3,\ c=5;$ 2) $a=\frac{1}{3},\ b=\frac{1}{3};\ \ c=0{,}2;$

3) при $b=a$.

245. Как короче записать равенства:

$$(a-a)\,c=0;\ \ c\,(a-a)=0.$$

246. 1) При каких значениях a и b имеет смысл умножение a на b?

2) При каких значениях a имеет смысл деление a на b?

3) При каком значении b не имеет смысла деление a на b?

4) При каких значениях b имеет смысл деление a на b?

247 Чему равно

$$u = 100x - 10y + z$$

при

	1)	2)	3)	4)	5)	6)
x	2	2	0	0	0	0
y	0	0	5	4	0	0
z	3	0	3	0	7	0

?

248. Какие целые значения следует дать a, b, c, d в выражении:

$y=1000a-100b+10c+d$, чтобы
$y=4870,\ 4807,\ 4087,\ 487$
$y=2001,\ 2010,\ 2100,\ 210,\ 201,\ 21.$

249. Какие значения нужно дать x, чтобы y обратилось в 0 если

1) $y=(x-3)(x-7)$; 2) $y=x(x-13)$;
3) $y=x(x-1)(x-2)(x-3)$; 4) $y=5x(2x-6)(3x-12)$.

250. При каких значениях x не имеет смысла выражение: 1) $y=5:x$; 2) $y=(x-3):(x-2)$;
3) $y=(4x+9):(x-1)$; 4) $y=1001:(x-11)$.

Нуль есть число, предшествующее 1 в ряде целых чисел. (См. дальше, стр. 61.) **Если в числовом ряде от числа m произвести обратный счет m единиц, то получим 0.**

Действия с нулем определяются следующими равенствами:

$$a+0=0+a=a$$
$$a\cdot 0=0\cdot a=0$$

Произведение двух (или более) сомножителей равно нулю тогда, и только тогда, когда один из сомножителей равен нулю. Деление какого-либо числа (отличного от нуля) на 0 не имеет смысла, так как всякое число при умножении на 0 дает в произведении 0.

§ 2. Введение отрицательных чисел.

251. Тверь находится на расстоянии 156 верст от Москвы. Станция Лихославль той же дороги находится в 41 версте от Твери. На каком расстоянии от Москвы лежит Лихославль? Сколько решений может иметь такая задача? Почему?

252. Термометр в полдень показывал 18°. К шести часам вечера температура изменилась на 4°. Какую температуру указывал термометр в 6 часов вечера? Сколько решений может иметь эта задача? Почему? Какими действиями находится то и другое решение?

253. Нарисовать шкалу термометра; каким числом характеризуется температура таяния льда (точка замерзания)? Какими знаками обычно различают 5° тепла и 5° мороза?

254. Отметить, приняв за единицу один см., на оси числа:

$$\overset{+}{1},\ \overset{+}{2},\ \overset{+}{3},\ \overset{+}{4},\ \overset{+}{5}\ldots;\ 0,\ \overset{-}{1},\ \overset{-}{2},\ \overset{-}{3},\ \overset{-}{4}\ldots\ldots$$

Какое расположение примет при этом числовой ряд? Продолжается ли он теперь только вправо?

255. Указать на оси точки, соответствующие числам:

1) $\overset{+}{3}$ и $\overset{-}{3}$; 2) $\overset{+}{5}$ и $\overset{-}{1}$; 3) $\overset{+}{0,6}$ и $\overset{-}{0,2}$;

4) $\overset{+}{a}$ и $\overset{-}{a}$ (если a дано, как отрезок).

256. Указать точку, соответствующую числу, противоположному

1) $\overset{+}{3}$; 2) $\overset{-}{4}$; 3) $\overset{+}{0,5}$; 4) $\overset{-}{0,7}$.

257. Написать числа, противоположные числам:

1) $\overset{+}{4}$; 2) $\overset{-}{6}$; 3) $\overset{-}{2}$; 4) $\overset{+}{3}$; 5) $\overset{+}{0,8}$; 6) $\overset{-}{0,3}$.

258. Продолжить числовой ряд $\overset{+}{1}, \overset{+}{2}, \overset{+}{3}, \overset{+}{4}, \overset{+}{5}$.... влево от $\overset{+}{1}$. Назвать число, предшествующее

1) $\overset{+}{3}, \overset{+}{2}, \overset{+}{1}, 0, \overset{-}{1}, \overset{-}{2}$ и т. д.; 2) $\overset{+}{8}, \overset{-}{8}, \overset{+}{3}, \overset{-}{3}, \overset{+}{10}, \overset{-}{10}$.

259. Какое число стоит в числовом ряде на пятом месте:

1) справа от $\overset{+}{2}$; 2) слева от $\overset{+}{2}$;
3) » » 0; 4) » » 0;
5) » » $\overset{-}{3}$; 6) » » $\overset{-}{3}$?

260. Какое число больше:

1) $\overset{+}{5}$ или $\overset{+}{8}$; 2) $\overset{+}{5}$ или 0; 3) $\overset{+}{5}$ или $\overset{-}{5}$; 4) $\overset{+}{5}$ или $\overset{-}{8}$;
5) 0 » $\overset{+}{3}$; 6) 0 » $\overset{-}{3}$; 7) $\overset{-}{2}$ » $\overset{-}{10}$; 8) $\overset{-}{1}$ » 100000?

261. Сколько единиц содержит отрезок оси между:

1) $\overset{+}{5}$ и $\overset{+}{13}$; 2) $\overset{-}{5}$ и $\overset{+}{13}$; 3) $\overset{+}{5}$ и $\overset{-}{13}$; 4) $\overset{-}{5}$ и $\overset{-}{13}$;
5) $\overset{+}{1}$ и $\overset{+}{7}$; 6) $\overset{-}{1}$ и $\overset{+}{7}$; 7) $\overset{+}{1}$ и $\overset{-}{7}$; 8) $\overset{-}{1}$ и $\overset{-}{7}$?

262. На каком (по счету) месте и в каком направлении стоит:

1) $\overset{+}{7}$ от $\overset{+}{3}$; 2) $\overset{+}{7}$ от $\overset{-}{3}$; 3) $\overset{-}{7}$ от $\overset{+}{3}$; 4) $\overset{-}{7}$ от $\overset{-}{3}$?

263. 1) Термометр показывает в комнате $\overset{+}{15}$°, а на улице 4°. На сколько градусов температура в комнате выше наружной?

2) Термометр показывал в 6 часов утра $\overset{-}{5}$°, в 9 часов утра—$\overset{-}{2}$°, в полдень—$\overset{+}{8}$°, в 2 часа дня—$\overset{+}{6}$°, а в 6 часов ве-

чера 0°. Найти абсолютную и относительную разницы температур для любых двух наблюдений.

263. 3) Август правил государством с 30 г. до Р. Хр. по 14 г. по Р. Хр. 1) Сколько лет он правил? Он умер 75 лет; 2) в котором году он родился? 3) скольких лет он начал править?

4) Москва находится под 55°45′ северной широты, а Капштадт под 33°56′ южной широты. Как велика разность между широтами обоих городов? Установить разность между широтами следующих городов: 1) между Архангельском (+64°33′) и Буенос-Айресом (—34°36′); 2) Парижем (+48°51′) и островом св. Елены (—15°54′); 3) Петроградом (+59°57′) и Сиднеем (33°52′).

5) Среднее арифметическое чисел 74, 81, 72, 79, 80 и 76 равно 77. На сколько разнятся отдельные числа от их среднего арифметического?

6) *A* имеет 585 руб. капитала и не имеет долгов, *B* имеет 395 руб. долга и не имеет капитала. Как велик капитал *A* и *B* вместе? На сколько капитал *A* больше капитала *B*?

264. На линии Москва—Петроград лежат станции:

Клин	на расстоянии	84	верст	от	Москвы
Тверь	»	156	»	»	»
Бологое	»	309	»	»	»
Чудово	»	498	»	»	»
Петроград	»	609	»	»	»

На линии Москва—Курск лежат станции:

Серпухов	на расстоянии	93	верст	от	Москвы
Тула	»	182	»	»	»
Орел	»	358	»	»	»
Курск	»	502	»	»	»

Изобразить на чертеже линию (в масштабе 1 мм.—10 верст) Курск—Петроград и указать на ней расстояние станции от Москвы, считая за положительное: 1) направление от Москвы к Петрограду; 2) направление от Москвы к Курску;

3) пользуясь первым решением, а) узнать расстояние между Тулой и Клином, б) узнать, на какую станцию приходит поезд, прошедший от Орла $\overset{+}{514}$ верст, прошедший от станции Бологое $\overline{491}$ версту?

Ряд натуральных чисел может быть неограниченно продолжен вправо, так как к каждому целому числу можно прибавить единицу. Слева ряд натуральных чисел ограничен числом 1. Сложение двух чисел, принадлежащих к натуральному ряду, всегда выполнимо, так как при сложении двух чисел мы перемещаемся по этому ряду вправо. Вычитание одного натурального числа из другого не всегда выполнимо, так как при вычитании мы перемещаемся по ряду ***влево***

Чтобы вычитание оказывалось всегда выполнимым, необходимо продолжить ряд целых чисел влево. Число, предшествующее 1 (единице), обозначают знаком 0, число, предшествующее 0, знаком $\bar{1}$ (или — 1), число, предшествующее $\bar{1}$, — знаком $\bar{2}$ (или — 2) и т. д. Самые числа 1, 2, 3, в отличие от вновь введенных ***отрицательных*** **(отмеченных знаком —), называют** ***положительными*** **и отмечают знаком +, напр. $\overset{+}{2}$ (или + 2).**

Знаки + и — ***не суть*** **знаки сложения и вычитания. Всякое число, предшествующее в числовом ряду другому числу, считается меньшим этого числа, а число, следующее за данным числом,—большим его.**

Дробные отрицательные числа также имеют свое место в числовом ряду. Дробное отрицательное число располагается в числовом ряду тем левее, чем больше в нем содержится отрицательных единиц и долей отрицательной единицы (чем больше его ***абсолютное*** **значение).** ***Система*** **чисел, в которую входят положительные и отрицательные числа, называется системой** ***относительных чисел.***

Благодаря введению отрицательных чисел, оказывается возможным обозначить числами не только точки, лежащие вправо от начала, но и влево.

Относительные числа употребляются, когда для определения значения какой-либо величины нужно указать не только ее числовое значение, но и направление, которое эта величина имеет.

§ 3. Сложение и вычитание относительных чисел.

265. Решить при помощи числовой прямой задачу: термометр показывал в 6 часов утра 7°, к девяти часам утра температура повысилась на 6°; с 9 часов утра до полудня она повысилась еще на 5°, с полудня до 3 часов дня понизилась на 3° и с 3 часов дня до 6 часов вечера понизилась на 8°. Сколько градусов показывал термометр в 6 часов вечера? Как записать решение данной задачи?

266. Решить на числовой прямой задачу: Линия железной дороги идет с севера на юг. Паровоз при маневрах проехал от станции 100 саж. к северу, затем 15 саж. к югу, затем 120 саж. к северу, затем 40 саж. к югу; далее после некоторой остановки еще 50 саж. к югу и, наконец, 25 саж. к северу. 1) Указать конечное положение паровоза **относительно** станции 2) Определить, сколько сажен прошел паровоз при маневрах.

267. Построить на оси суммы:

1) $\overset{+}{7}+\overset{+}{2}$; 2) $\overset{+}{7}+\overset{-}{2}$; 3) $\overset{-}{7}+\overset{+}{2}$; 4) $\overset{-}{7}+\overset{-}{2}$.

Составить задачи, решения которых записаны в этой таблице.

268. Что значит приложить к числу:

1) $\overset{+}{5}$ число $\overset{+}{3}$; 2) $\overset{-}{5}$ число $\overset{-}{3}$;

3) $\overset{+}{5}$ число $\overset{-}{3}$; 4) $\overset{-}{5}$ число $\overset{+}{3}$?

Что значит **сложить два относительных числа?**

269. Найти и построить на оси суммы:

1) а) $\overset{+}{2}+\overset{+}{3}$; б) $\overset{+}{2}+\overset{-}{3}$; в) $\overset{-}{2}+\overset{+}{3}$; г) $\overset{-}{2}+\overset{-}{3}$;

2) а) $\overset{+}{8}+\overset{+}{2}$; б) $\overset{+}{2}+\overset{+}{8}$; в) $\overset{-}{8}+\overset{-}{2}$; г) $\overset{-}{2}+\overset{-}{8}$;

3) а) $\overset{-}{8}+\overset{-}{2}$; б) $\overset{-}{2}+\overset{+}{8}$; в) $\overset{-}{8}+\overset{+}{2}$; г) $\overset{+}{2}+\overset{-}{8}$.

270. Проверить равенство:

$$a+b=b+a$$

при

	1	2	3	4	5
a)	$\overset{+}{3}$	$\overset{-}{3}$	$\overset{+}{3}$	$\overset{-}{3}$	$\overset{+}{0,6}$
b)	$\overset{+}{7}$	$\overset{-}{7}$	$\overset{-}{7}$	$\overset{+}{7}$	$\overset{-}{0,3}$

271. Найти суммы:

1) $\overset{+}{2}+\overset{+}{3}+\overset{+}{6}$; 2) $\overset{+}{2}+\overset{-}{3}+\overset{+}{6}$; 3) $\overset{+}{2}+\overset{+}{3}+\overset{-}{6}$;
4) $\overset{-}{2}+\overset{+}{3}+\overset{+}{6}$; 5) $\overset{+}{2}+\overset{-}{3}+\overset{-}{6}$; 6) $\overset{-}{2}+\overset{-}{3}+\overset{+}{6}$;
7) $\overset{-}{2}+\overset{+}{3}+\overset{-}{6}$; 8) $\overset{-}{2}+\overset{-}{3}+\overset{-}{6}$.

272. Проверить справедливость равенств:

$$a+b+c=a+c+b=b+c+a=b+a+c=c+a+b=$$
$$=c+b+a,$$

подставляя вместо букв произвольные относительные числа.

273. Указать, в каком порядке следует произвести действие, и вычислить:

1) $(\overset{+}{5}+\overset{+}{3})+\overset{+}{4}$; 2) $\overset{+}{5}+(\overset{+}{3}+\overset{+}{4})$; 3) $(\overset{+}{5}+\overset{-}{3})+\overset{+}{4}$;
4) $\overset{+}{5}+(\overset{-}{3}+\overset{+}{4})$; 5) $(\overset{+}{5}+\overset{-}{3})+\overset{-}{4}$; 6) $\overset{+}{5}+(\overset{-}{3}+\overset{-}{4})$.

274. Подставляя вместо букв произвольные относительные числа, проверить, что:

$$a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c.$$

275. Показать поверкой (сложением), что:

1) $\overset{+}{7}-\overset{+}{3}=\overset{+}{4}$; 2) $\overset{+}{7}-\overset{-}{3}=\overset{+}{10}$; 3) $\overset{-}{7}-\overset{-}{3}=\overset{-}{4}$;
4) $\overset{-}{7}-\overset{+}{3}=\overset{-}{10}$; 5) $\overset{+}{5}-\overset{+}{6}=\overset{-}{1}$; 6) $\overset{+}{5}-\overset{-}{6}=\overset{+}{11}$;
7) $\overset{-}{5}-\overset{-}{6}=\overset{+}{1}$; 8) $\overset{-}{5}-\overset{+}{6}=\overset{-}{11}$; 9) $\overset{+}{7}-\overset{+}{7}=0$;
10) $\overset{+}{7}-\overset{-}{7}=\overset{+}{14}$; 11) $\overset{-}{7}-\overset{-}{7}=0$; 12) $\overset{-}{7}-\overset{+}{7}=\overset{-}{14}$.

276. Вычислить:

1) $\overset{+}{3}-\overset{+}{7}$; 2) $\overset{+}{3}+\overset{-}{7}$; 3) $\overset{+}{3}-\overset{-}{7}$; 4) $\overset{+}{3}+\overset{+}{7}$;
5) $\overset{-}{3}-\overset{-}{7}$; 6) $\overset{-}{3}+\overset{-}{7}$; 7) $\overset{-}{3}-\overset{-}{7}$; 8) $\overset{-}{3}+\overset{+}{7}$;

276. 9) $\overset{+}{10}-\overset{+}{2}$; 10) $\overset{+}{10}+\overset{-}{2}$; 11) $\overset{+}{10}-\overset{-}{2}$; 12) $\overset{+}{10}+\overset{+}{2}$;

13) $\overset{-}{10}-\overset{+}{2}$; 14) $\overset{-}{10}+\overset{-}{2}$; 15) $\overset{-}{10}-\overset{-}{2}$; 16) $\overset{-}{10}+\overset{+}{2}$;

17) $\overset{+}{0,9}-\overset{+}{0,9}$ 18) $\overset{+}{0,9}+\overset{-}{0,9}$ 19) $\overset{+}{0,9}-\overset{-}{0,9}$; 20) $\overset{+}{0,9}+\overset{+}{0,9}$;

21) $\overset{-}{0,9}-\overset{+}{0,9}$; 22) $\overset{-}{0,9}+\overset{-}{0,9}$, 23) $\overset{-}{0,9}-\overset{-}{0,9}$; 24) $\overset{-}{0,9}+\overset{+}{0,9}$.

277. Назвать число, противоположное·

$\overset{+}{2}$; $\overset{-}{6}$; $\overset{+}{9}$; $\overset{+}{7}$; $\overset{-}{11}$; $\overset{-}{12}$; 0.

278. Какое число следует приложить к числу a вместо того, чтобы вычесть из него число: $\overset{+}{5}$; $\overset{+}{6}$; $\overset{-}{3}$; $\overset{-}{2}$; $\overset{+}{9}$; 0?

279. Каким действием и каким числом может быть заменено вычитание числа: $\overset{+}{5}$; $\overset{-}{7}$ 0; $\overset{-}{6}$; $\overset{-}{0,4}$; $\overset{+}{0,1}$?

280. Назвать число, обратное числу:

3; 6; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{8}{7}$; $\frac{9}{5}$

Каким действием и с каким числом можно заменить деление на: 3; 8; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{12}{11}$?

281. Чему равна сумма чисел:

1) $\overset{+}{5}$ и 5; 2) 3 и $\overset{+}{3}$; 3) $\overset{+}{a}$ и $\overset{-}{a}$; 4) $\overset{-}{m}$ и $\overset{+}{m}$.

Чему равна сумма двух **противоположных** чисел?

282. Написать число, противоположное данному числу x, и проверить результат сложением с данным числом, если

1) $x=\overset{+}{2}+\overset{+}{3}+\overset{-}{2}-\overset{+}{5}$· 2) $x=\overset{-}{2}+\overset{-}{3}+\overset{+}{2}-\overset{-}{5}$;

3) $x=\overset{+}{6}+\overset{+}{9}-\overset{-}{7}+\overset{-}{3}$; 4) $x=\overset{+}{13}-\overset{-}{7}+\overset{+}{4}-\overset{-}{2}$.

283. Раскрыть скобки и проверить сложением полученный результат в следующих примерах:

1) $(\overset{+}{3}+\overset{-}{2})-(\overset{+}{5}+\overset{-}{2})$; 2) $(\overset{+}{3}+\overset{+}{2})-(\overset{+}{5}+\overset{+}{2})$,

3) $(\overset{-}{3}+\overset{+}{2})-(\overset{-}{5}-\overset{-}{2})$; 4) $(\overset{-}{3}+\overset{-}{2})-(\overset{-}{5}-\overset{+}{2})$;

283. 5) $(\overset{+}{3} - \overset{-}{2}) - (\overset{+}{5} - 2)$; 6) $(\overset{+}{3} - \overset{-}{2}) - (\overset{-}{5} - \overset{+}{2})$;

7) $(\overset{-}{3} - \overset{+}{2}) - (\overset{-}{5} - \overset{-}{2})$; 8) $(\overset{-}{3} - \overset{-}{2}) - (\overset{-}{5} - \overset{+}{2})$.

Сложить два относительных числа значит: 1) если относительные числа имеют один и тот же знак, сложить их абсолютные значения и при полученном числе поставить знак, который имеют слагаемые; 2) если относительные числа имеют разные знаки, вычесть из большего абсолютного значения меньшее и при полученной разности поставить знак числа, имеющего большее абсолютное значение.

Для сложения двух относительных чисел оказываются справедливыми законы сложения переместительный и собирательный.

Число увеличивается, если к нему приложить положительное число.

Число уменьшается, если к нему приложить отрицательное число.

Введение отрицательных чисел позволяет всякое *вычитание заменить сложением:* прикладыванием к уменьшаемому числа, противоположного вычитаемому, подобно тому, как введение дробей позволяет всякое *деление заменить умножением* делимого на число, обратное делителю.

§ 4. Знак числа и знак действия.

284. Вычислить:

1) $\overset{+}{3} - \overset{+}{2}$; 2) $\overset{+}{3} + \overset{-}{2}$; 3) $\overset{-}{3} - \overset{-}{2}$; 4) $\overset{-}{3} + \overset{+}{2}$;

5) $\overset{+}{5} - \overset{+}{2} - \overset{-}{3} + \overset{+}{2}$; 6) $\overset{+}{5} + \overset{-}{2} + \overset{-}{3} + \overset{+}{2}$;

7) $\overset{-}{7} - \overset{+}{3} + \overset{-}{6} - \overset{+}{3}$; 8) $\overset{-}{7} + \overset{-}{3} + \overset{-}{6} + \overset{-}{3}$;

9) $\overset{+}{9} - \overset{+}{2} + \overset{+}{4} - \overset{+}{6}$; 10) $\overset{+}{9} + \overset{-}{2} + \overset{+}{4} + \overset{-}{6}$.

285. Проверить равенства:

1) $\overset{+}{7} - \overset{+}{3} = \overset{+}{7} + \overset{-}{3}$; 2) $\overset{-}{7} - \overset{+}{3} = \overset{-}{7} + \overset{-}{9}$;

3) $\overset{+}{7} - \overset{+}{2} + \overset{-}{3} = \overset{+}{7} + \overset{-}{2} - \overset{+}{3} = \overset{+}{7} + \overset{-}{2} + \overset{-}{3}$;

4) $\overset{-}{9} - \overset{+}{2} + \overset{+}{6} = \overset{-}{9} + \overset{-}{2} + \overset{+}{6} = \overset{+}{6} - \overset{+}{2} - \overset{+}{9}$;

5) $\overset{-}{15} - \overset{+}{3} + \overset{+}{6} = \overset{-}{15} + \overset{-}{3} + \overset{+}{6} = \overset{+}{6} - \overset{+}{15} - \overset{+}{3}$;

286. Проверить справедливость равенств:

1) $\overset{+}{5} - \overset{-}{7} + \overset{-}{2} = 5 - 7 - 2;$

2) $\overset{+}{9} + \overset{-}{3} - \overset{+}{6} = 9 - 3 - 6;$

3) $\overset{+}{15} + \overset{-}{8} - \overset{+}{8} = 15 - 8 - 8;$

4) $\overset{+}{16} - \overset{+}{7} + 4 = 16 - 7 - 4.$

5) $\overset{+}{14} - \overset{-}{8} + \overset{-}{2} = 14 + 8 - 2.$

287. Написать следующие выражения таким образом, чтобы при каждом числе стоял только **один** знак и вычислить значение этих выражений:

1) $\overset{+}{5} + \overset{-}{6} - \overset{+}{8};$

2) $\overset{+}{5} - \overset{+}{6} + \overset{-}{8};$

3) $\overset{-}{9} + \overset{-}{4} - \overset{+}{8};$

4) $\overset{-}{9} - \overset{+}{4} + \overset{-}{8};$

5) $\overset{+}{16} - \overset{+}{9} + \overset{-}{6} + \overset{+}{4};$

6) $\overset{+}{16} + \overset{-}{9} - \overset{+}{6} + \overset{+}{4};$

7) $\overset{-}{9} - \overset{-}{7} + \overset{-}{6} - \overset{+}{5};$

8) $\overset{-}{9} + \overset{+}{7} - \overset{+}{6} + \overset{-}{5};$

9) $\overset{+}{17} - \overset{-}{9} + \overset{-}{11} - \overset{+}{8};$

10) $\overset{+}{17} + \overset{+}{9} - \overset{+}{11} + \overset{-}{8};$

11) $\overset{-}{27} + \overset{+}{40} - \overset{+}{7} + \overset{-}{8};$

12) $\overset{-}{27} - \overset{-}{40} + \overset{-}{7} - \overset{+}{8}$

288. Записать и вычислить:

1) сумму числа 5 и числа 4;

2) сумму числа 5 и числа, противоположного числу 4;

3) сумму числа, противоположного 5, и числа —4;

4) сумму числа, противоположного 5, и числа, противоположного —4;

5) разность числа 5 и числа —4;

6) разность числа 5 и числа, противоположного числу — 4;

7) разность числа, противоположного 5, и числа —4;

8) разность числа, противоположного 5, и числа, противоположного —4;

9) сумму числа —8 и числа —7;

10) сумму числа —8 и числа, противоположного —7;

11) сумму числа, противоположного —8, и числа —7;

288. 12) сумму чисел, противоположных —8 и —7;
13) разность чисел —9 и —11;
14) разность числа —9 и числа, противоположного —11;
15) разность числа, противоположного —9, и числа —11;
16) разность чисел, противоположных —9 и —11.

289. Назвать число, противоположное:

1) a; 2) $-b$; 3) $3x$; 4) $-y$;
5) $a-b$; 6) $a+b$; 7) $3x-2y$; 8) $5z+6v$;
9) $a+b-c$; 10) $a-b+c$; 11) $b+c-a$; 12) $a+b+c$.

290. Чему равно $-a$, если:

1) $a=5$; 2) 11; 3) —7; 4) —13; 5) —9; 6) 0?

291. Чему равно b, если:

1) $-b=9$; 2) 13; 3) —5; 4) —11; 5) 14; 6) —8; 7) 0?

292. Какое число больше:

1) a или $-a$; 2) $3x$ или $-3x$;
3) $-xy$ или xy; 4) $a-b$ или $b-a$?

293. Чему равно: 1) $x-y+z$,
если

	x	y	z
а)	$+3$	$+5$	$+6$
б)	-2	$+7$	-9
в)	-5	-11	-13
г)	$a+b$	$a-b$	$b-a$
д)	$a^2+2ab+b^2$	$a^2-2ab+b^2$	a^2-b^2

Чему равны 2) $x-y-z$; 3) $x-(y-z)$; 4) $x-(y+z)$ при тех же значениях букв?

Числовое значение выражения не изменяется, если два знака, которые стоят один *перед* числом, а другой *над* числом: знак *действия* и знак *числа*, поменять местами. Поэтому во всяком выражении можно (предварительно произведя вычитание всех отрицательных чисел, т.-е. заменив пару знаков — парой знаков +) пропустить все знаки + везде, где это не нарушает смысла выражения,

а удержанные знаки писать *перед* числами, к которым они относятся. Всякий такой знак можно рассматривать, и как знак числа, и как знак действия. Поэтому знак + называют *плюсом*, а знак — *минусом*, независимо оттого, применяется ли этот знак за знак числа или за знак действия.

Обычно все знаки минус, стоящие перед числами, считаются за знаки *числа* и выражение $-a$ принимается за обозначение числа, противоположного a. Ввиду этого все члены многочлена называют *слагаемыми*, а самый многочлен *суммой* (*алгебраической*).

§ 5. Упражнения.

294. В следующих примерах сложить выражения, стоящие друг под другом. Сложение производить, записывая данные выражения в **строку** и обозначая, где нужно, посредством скобок последовательность действий:

1) $\begin{array}{r} 1-m \\ +2 \\ \hline \end{array}$; 2) $\begin{array}{r} 3-m \\ -2 \\ \hline \end{array}$; 3) $\begin{array}{r} 7+2m \\ -2m \\ \hline \end{array}$; 4) $\begin{array}{r} 3m-5 \\ -m \\ \hline \end{array}$;

5) $\begin{array}{l} a-b \\ b \\ \hline \end{array}$; 6) $\begin{array}{r} a-b \\ -b \\ \hline \end{array}$; 7) $\begin{array}{l} m \\ m-n \\ \hline \end{array}$; 8) $\begin{array}{l} n \\ m-n \\ \hline \end{array}$;

9) $\begin{array}{l} x \\ y-x \\ \hline \end{array}$; 10) $\begin{array}{r} -x \\ x+y \\ \hline \end{array}$; 11) $\begin{array}{r} -x \\ x-y \\ \hline \end{array}$; 12) $\begin{array}{r} x-y \\ +y \\ \hline \end{array}$;

13) $\begin{array}{r} a-3b \\ +4b \\ \hline \end{array}$; 14) $\begin{array}{r} -2a \\ a-2b \\ \hline \end{array}$; 15) $\begin{array}{r} -5b \\ a+4b \\ \hline \end{array}$; 16) $\begin{array}{r} 3a-5b \\ +3b \\ \hline \end{array}$;

17) $$\begin{array}{r} 1\frac{3}{4}x-3\frac{1}{5}y+2\frac{1}{2}z+1\frac{1}{2}v-5\frac{1}{5}p \\ -2\frac{1}{4}x+1\frac{1}{3}y-1\frac{5}{6}z+1\frac{1}{2}v+4\frac{1}{2}p \\ \hline \end{array};$$

18) $$\begin{array}{l} \frac{3}{2}a-\frac{3}{4}b+\frac{2}{3}c-\frac{5}{6}d+\frac{4}{3}e+\frac{1}{2}f \\ \frac{2}{3}a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{6}c-\frac{1}{2}d-\frac{4}{3}e-\frac{1}{3}f \\ \hline \end{array};$$

19) $$\begin{array}{r} 5a-3b+3c-d \\ -3a+b-2c+7d \\ +2a-5b-8c+d \\ -3a+4b+7c-9d \\ \hline \end{array};$$

20) $$\begin{array}{r} 7x-y+u-v \\ -5x-4y+8u+4v \\ -2x+5y+3u+7v \\ +x-8y+4u-4v \\ \hline \end{array};$$

21) $$\begin{array}{r} 1{,}34m-7{,}6n-9{,}37p+1{,}38q \\ -9{,}4m-8{,}7n-81{,}7p-0{,}89q \\ 9{,}76m+9{,}3n+4{,}33p+7{,}02q \\ \hline \end{array};$$

295. В следующих примерах произвести вычитание, принимая число, стоящее в первой строке, за уменьшаемое, стоящее во второй — за вычитаемое. Вычитание производить, записывая данные выражения в строку и обозначая, где нужно, посредством скобок последовательность действий:

1) $\begin{array}{r} +8a \\ +5a \end{array}$;	2) $\begin{array}{r} +9x \\ -3x \end{array}$;	3) $\begin{array}{r} -11b \\ -8b \end{array}$;	4) $\begin{array}{r} -8m \\ +m \end{array}$;
5) $\begin{array}{l} n-1 \\ 1 \end{array}$;	6) $\begin{array}{l} n+1 \\ 1 \end{array}$.	7) $\begin{array}{l} 5 \\ x+2 \end{array}$;	8) $\begin{array}{l} x+3 \\ 7 \end{array}$;
9) $\begin{array}{r} x-7 \\ +5 \end{array}$;	10) $\begin{array}{r} x-2 \\ -2 \end{array}$;	11) $\begin{array}{l} 3 \\ x-2 \end{array}$;	12) $\begin{array}{r} -5 \\ 3-x \end{array}$;
13) $\begin{array}{r} 1-a \\ -1 \end{array}$;	14) $\begin{array}{r} -1 \\ a-1 \end{array}$;	15) $\begin{array}{r} -1 \\ 1-a \end{array}$;	16) $\begin{array}{r} -1 \\ 1+a \end{array}$;
17) $\begin{array}{l} m-n \\ n \end{array}$;	18) $\begin{array}{l} m-n \\ m \end{array}$;	19) $\begin{array}{l} n \\ m-n \end{array}$;	20) $\begin{array}{l} m \\ m-n \end{array}$;
21) $\begin{array}{r} -x \\ x-y \end{array}$;	22) $\begin{array}{r} -y \\ x-y \end{array}$;	23) $\begin{array}{r} x-y \\ -x \end{array}$;	24) $\begin{array}{r} x+y \\ -y \end{array}$;
25) $\begin{array}{r} -3x \\ x-2y \end{array}$;	26) $\begin{array}{r} -2y \\ x-3y \end{array}$;	27) $\begin{array}{r} -4y \\ y-x \end{array}$;	28) $\begin{array}{r} -5y \\ 2y-3x \end{array}$;
29) $\begin{array}{l} 7n \\ 1-5n \end{array}$;	30) $\begin{array}{r} -3n \\ 4n-1 \end{array}$;	31) $\begin{array}{r} 8n-1 \\ -2n \end{array}$;	32) $\begin{array}{r} 1-8n \\ -5 \end{array}$;
33) $\begin{array}{l} x-1 \\ x+1 \end{array}$;	34) $\begin{array}{l} a-x \\ x-a \end{array}$;	35) $\begin{array}{l} x+y \\ x-y \end{array}$;	36) $\begin{array}{l} x+5 \\ x-7 \end{array}$;
37) $\begin{array}{l} m-1 \\ n-1 \end{array}$;	38) $\begin{array}{l} m+1 \\ n+1 \end{array}$;	39) $\begin{array}{l} m+1 \\ n-1 \end{array}$;	40) $\begin{array}{l} m+1 \\ 1-n \end{array}$;
41) $\begin{array}{r} n+x \\ -x+1 \end{array}$;	42) $\begin{array}{r} n-x \\ -1-x \end{array}$;	43) $\begin{array}{r} a-x \\ -a-1 \end{array}$;	44) $\begin{array}{r} x+y \\ -y-a \end{array}$;
45) $\begin{array}{l} 7a-5b \\ 2b-a \end{array}$;	46) $\begin{array}{l} 7a+3b \\ 7b+3a \end{array}$;	47) $\begin{array}{l} 5a-b \\ 8a+b \end{array}$;	48) $\begin{array}{r} 3a-5b \\ b+2a \end{array}$;

49) $\begin{array}{l} 9a-8b+7c-3d \\ 5a-6b-3c+2d \end{array}$; 50) $\begin{array}{l} a-2a+3c-4d \\ 7a+3b-5c+8d \end{array}$;

51) $\begin{array}{l} 4x-3y+9u-8v \\ 5x+4y-3u-8v \end{array}$; 52) $\begin{array}{l} m-3n+p-7 \\ m-4n-p+8 \end{array}$.

296. Раскрыть скобки и упростить выражения:

1) $(3ab - 2ac) - (5ab - 7ac) + (2ac - 3ab) - (7ac - 5ab)$;

2) $(4m - 2p + 3q) - (4p - 2q + 3m) + (4q - 2m + 3p)$;

3) $5x - 3y - (3x + 6y) + (7x - y) - (8x - 15y)$;

4) $20a - (4b - 5c) + (-17a + 3b - c) - (2a - 8b - 16c)$;

5) $10y + (11z - 9v) + (7y + 9z - 18v) - (3y + 2z + 5v)$;

6) $123x + 53y - 92z - (28x + 3y - 100z) - (75x + 45y - 7z)$

7) $72a - (14b - 4a) + (13b - 4c) - (26c - 15a) - (5a - 39c)$

8) $41x - (32x + 6y) + (10x + 10y + 10z) - (-x - 3y + 4z) - (4z + x - 2y)$;

9) $15s - 12r + (5s + 14r + 7t) - (-3t - 15r + 10s) + 10t - 10r - (s + r + t)$;

10) $86a - 42b - (-27c + 23a - 33b) - (-47a - 49c + 12b) - (32b - 19c + 7a) - (-4c + 5a - 75b)$;

11) $120x - [35x - (20x + 13y) + 3z] + [20y - (13z - 20x)] - [3x + 4y - 5z (70z - 33x)]$;

12) $5m^2 - [35 - (15m^2 + 3mp + q^2)] + [45 + (10mp + 7q^2) + 20m^2] - [-32 - (-m^2 - mp + q^2)]$;

13) $5xy^2 - (7x^3 - 4{,}7y^3) - [5x^3 - (2{,}2y^3 - 5x^2y - 4{,}2x^3) + (2{,}7y^3 - 7{,}2x^3)]$;

14) $4\frac{2}{5}m^2n^2 - \left(5{,}6m^4 - 7{,}4m^2n^2 + 2\frac{1}{8}n^4\right) - \left[2\frac{1}{3}m^2n^2 - 4{,}8n^4 - \left(5\frac{1}{2}n^4 + 2\frac{1}{2}m^2n^2 - 5{,}6m^4\right)\right]$

Уравнения и задачи.

297. Решить следующие уравнения:

1) $9 + x = 5$ 2) $13 = 9 - x$; 3) $18 = 7 - x$;

4) $x - 11 = -5$; 5) $9 - x = -5$; 6) $19{,}8 = 18{,}9 - x$;

7) $x + 7{,}5 = 5{,}7$ 8) $\frac{2}{5} = \frac{5}{8} - x$; 9) $x - b = 0$,

10) $x + a = 0$; 11) $x - a = -a$; 12) $a - x = -a$.

298. 1) Найти число, которое на 12 больше числа, ему противоположного.

2) Найти число, которое на 100 меньше числа, ему противоположного.

3) Найти число, равное числу, ему противоположному

298. 4) Найти число, которое при сложениях с удвоенным противоположным дает 7.

5) Найти число, которое больше утроенного противоположного на число a.

299. 1) В постоянной сумме $a+b=10$ a получает значения от -10 до $+20$. Какие значения принимает b? Построить соответствующие значения a и b на оси.

2) В постоянной разности $a-b=5$ a получает значения от -10 до $+20$. Какие значения принимает b? Построить соответствующие значения a и b на оси.

3) В постоянной разности $a-b=5$ b получает значения от -10 до $+20$. Какие значения принимает a? Построить соответствующие значения a и b на оси.

§ 6. Умножение и деление относительных чисел.

300. Проверить равенство

$$(a-b)(x-y)=ax-bx-ay+by$$

при

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	4	4	4	4	4	4	4	6	6	1	6
b	2	3	4	3	6	6	4	3	3	5	9
x	5	5	5	5	5	5	6	5	3	2	7
y	4	4	4	5	2	5	8	3	5	8	9

301. Какой вид примет равенство

$$(a-b)(x-y)=ax-bx-ay+by,$$

если:

1) $b=0$ и $y=0$;
2) $a=0$ и $y=0$;
3) $b=0$ и $x=0$;
4) $a=0$ и $x=0$.

302. Какой знак должно иметь произведение при **умножении на отрицательное** число, чтобы равенство $(a-b)(x-y)=$ $=ax-bx-ay+by$ оставалось справедливым и при $a<b$, и

при $x < y$ (в отдельности или одновременно), и при обращении одной или нескольких из букв: a, b, x, y в нуль?

303. Что значит умножить число 15 на

1) 3; 2) $\frac{3}{4}$; 3) -3; 4) $-\frac{3}{4}$?

В чем состоит действие, называемое **умножением на отрицательное число?**

К чему сводится умножение числа на -1?

304. Вычислить:

1) $\overset{+}{5} . \overset{+}{2}$; 2) $\overset{+}{2} . \overset{+}{5}$; 3) $\overset{-}{3} . \overset{+}{5}$; 4) $\overset{+}{5} . \overset{-}{3}$;

5) $\overset{+}{7} . \overset{-}{2}$; 6) $\overset{-}{2} . \overset{+}{7}$; 7) $\overset{-}{4} . \overset{-}{7}$; 8) $\overset{-}{7} . \overset{-}{4}$.

305. Указать порядок действий и вычислить:

1) $(\overset{+}{5} . \overset{+}{3}) . \overset{+}{2}$; 2) $\overset{+}{5} . (\overset{+}{3} . \overset{+}{2})$; 3) $(\overset{-}{5} . \overset{+}{3}) . \overset{+}{2}$; 4) $\overset{-}{5} . (\overset{+}{3} . \overset{+}{2})$;

5) $(\overset{+}{5} . \overset{-}{3}) . \overset{+}{2}$, 6) $\overset{+}{5} . (\overset{-}{3} . \overset{+}{2})$; 7) $(\overset{-}{5} . \overset{-}{3}) . \overset{+}{2}$; 8) $\overset{-}{5} . (\overset{-}{3} . \overset{+}{2})$

9) $(\overset{+}{5} . \overset{+}{3}) . \overset{-}{2}$, 10) $\overset{+}{5} . (\overset{+}{3} . \overset{-}{2})$, 11) $(\overset{-}{5} . \overset{+}{3}) . \overset{-}{2}$; 12) $\overset{-}{5} . (\overset{+}{3} . \overset{-}{2})$;

13) $(\overset{+}{5} . \overset{-}{3}) . \overset{-}{2}$; 14) $\overset{+}{5} . (\overset{-}{3} . \overset{-}{2})$; 15) $(\overset{-}{5} . \overset{-}{3}) . \overset{-}{2}$; 16) $\overset{-}{5} . (\overset{-}{3} . \overset{-}{2})$.

306. Проверить равенства

$ab = ba$ (переместительный закон),

$a(b . c) = (ab) . c$ (собирательный закон),

подставляя вместо букв произвольные относительные числа.

307. Написать без скобок:

1) $(-5)^2$; 2) $(-1)^2$; 3) $(-7)^2$; 4) $(-a)^2$;

5) $(x)^2$; 6) $(-x)^2$; 7) $(-3)^3$; 8) $(-1)^3$;

9) $(-4)^3$; 10) $(-b)^3$; 11) $(x)^3$; 12) $(-x)^3$.

308. Написать без скобок:

1) x^2, 2) x^3 3) x^4

при: а) $x \times 2$, б) $x = -2$, в) $x = 3$, г) $x = -4$,

4) a^2, 5) a^3, 6) a^4 7) a^5

при: а) $a = 4$; б) $a = -4$, в) $a = 1$; г) $a = -1$;

8) $(a-b)^2$, 9) $(b-a)^2$, 10) $(a-b)^3$, 11) $(b-a)^3$;

при $a = 5$, $b = 3$.

309. Вычислить выражения:

1) $y = x^2 - 1$ при $x = 1$, $x = -1$;
2) $y = x^2 - x - 2$ » $x = 2$, $x = -1$;
3) $y = x^2 - x - 12$ » $x = 4$, $x = -3$;
4) $y = x^2 + 5x + 6$ » $x = -3$, $x = -2$;
5) $y = x^3 + 3x^2 + 2x$ » $x = 0$, $x = -1$, $x = -2$;
6) $y = x^2 + px + q$ » $p = -7$, $q = 12 \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$;
7) $y = x^2 + px + q$ » $p = 7$, $q = 12 \begin{cases} x = -3 \\ x = -4 \end{cases}$;
8) $y = x^2 + px + q$ » $p = 6$ $q = -27 \begin{cases} x = -9 \\ x = 3 \end{cases}$;
9) $y = x^2 + px + q$ » $p = -6$, $q = -27 \begin{cases} x = 9 \\ x = -3. \end{cases}$

310. Упростить выражения:

1) $(-x)(-y)(-z)$; 2) $x.(-y).(-z)$; 3) $(-x).y.(-z)$;
4) $(-5)(-a)(-a^2)$; 5) $(-5).a.(-a^2)$; 6) $(-5)(-a).a^2$;
7) $(-2)^3.(-3)^2$; 8) $(-2)^2.(-3)^3$; 9) $(-2)^3(-3^3)$;
10) $(-1)^7$; 11) $(-1)^6$; 12) $(-1)^8$;
13) $1-(-1)^2$; 14) $1-(-1)^3$; 15) $1-(-1)^4$,
16) $2+(-2)^2$; 17) $2-(-2)^2$; 18) $-2+(-2)^2$;
19) $\bar{1}.\bar{2}.\bar{3}.\bar{4}.\bar{5}$; 20) $\bar{1}.2.\bar{3}.4.\bar{5}$; 21) $\bar{1}.2.3.\bar{4}.5$.

311. Какая разница между:

1) -1^2 и $(-1)^2$;
2) -5^2 и $(-5)^2$;
3) $-a^2$ и $(-a)^2$;
4) $-2a^2$, $(-2a)^2$ и $(-2)^2a$;
5) $-x^3$ и $(-x)^3$;
6) $-2x^3$ и $(-2x)^3$?

312. Найти значения выражений:

1) $2a^2b^2$; 2) a^2b^2c; 3) a^2b^3c;
4) ab^3c; 5) a^3b^2c; 6) a^3bc^2;
7) $-6a^2b^2c^2$; 8) $-6a^3b^3c^3$; 9) $-6a^3bc$;
10) $ab + bc + ac$; 11) $ab - bc + ac$. 12) $ay + bc - ac$;

при: а) $a = 1$, $b = -2$, $c = 3$;
» б) $a = -1$, $b = -2$, $c = 3$;
» в) $a = -1$, $b = -2$, $c = -3$.

313. Проверить умножением, что

1) $\overset{+}{14} : \overset{+}{2} = \overset{+}{7}$; 2) $\overset{-}{14} : \overset{-}{2} = \overset{+}{7}$; 3) $\overset{-}{14} : \overset{+}{2} = \overset{-}{7}$; 4) $\overset{+}{14} : \overset{-}{2} = \overset{-}{7}$.

314. Проверить умножением равенства:

1) $(-a) : b = -\frac{a}{b}$; 2) $a : (-b) = -\frac{a}{b}$; 3) $(-a) : (-b) = \frac{a}{b}$;
4) $(-ac) : c = -a$; 5) $ac : (c-) = -a$; 6) $(-ac) : (-c) = a$.

315. Вычислить значения:

1) $\frac{2a-d}{2a}$; 2) $\frac{c^3d^2}{a^4b^5}$ 3) $\frac{(abcd)^2}{d^3}$; 4) $\frac{a^3+b^3}{a+b}$;
5) $\frac{a^3-b^3}{a-b}$; 6) $\frac{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}{a^2-2ab+b^2}$; 7) $\frac{a^6-b^6}{a^3-b^3}$; 8) $\frac{a^3+1}{a+1}$.

при $a = -2$, $b = -1$ $c = -5$, $d = -4$.

316. Упростить выражения:

1) $(+ab):(+b)$; 2) $(-12):(-3)$; 3) $(+6ab):(-3b)$;
4) $\left(+3\frac{1}{8}\right):10$; 5) $(-ab):(-b)$; 6) $(-20):(+5)$;
7) $(-12xy):(-4y)$; 8) $\left(-2\frac{1}{2}\right):\left(-2\frac{1}{7}\right)$ 9) $(-xy):(+y)$;
10) $(+3):(-15)$; 11) $(-24np):(+4n)$; 12) $\left(+\frac{5}{12}\right):\left(-\frac{10}{3}\right)$;
13) $(+xy):(-y)$; 14) $(-8):(+12)$; 15) $\left(+\frac{3}{5}\right):(-6)$;
16) $(+7a).(-9b):(-21a)$; 17) $(+am).(+bn):(-an)$;
18) $(-7x).(-16y):(+14y)$; 19) $(+10x^2).(-6y^2):(-4xy)$;
20) $(-8m).(+9n):(-12n)$; 21) $(-12abc).(-15xy):(20cx)$.

317. Указать ошибку в рассуждении.

1) $4 - 10 = 9 - 15$ или
$4 - 10 + \frac{25}{4} = 9 - 15 + \frac{25}{4}$;

но $4 - 10 + \frac{25}{4} = \left(2 - \frac{5}{2}\right)^2$; $9 - 15 + \frac{25}{4} = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2$,

следовательно, $\left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2$, а

поэтому и $2-\frac{5}{2}=3-\frac{5}{2}$,

откуда $2=3$ (!?).

Умножением на положительное число называется умножение на его абсолютное значение.

Умножением на отрицательное число называется действие, состоящее из умножения множимого на абсолютное значение множителя и перемены знака на обратный у полученного произведения.

Поэтому произведение двух относительных чисел равно произведению их абсолютных значений и имеет при себе знак $+$, если оба сомножителя имеют одинаковые знаки, и знак $-$, если знаки сомножителей различны.

Умножение данного числа на -1 сводится, следовательно, лишь к перемене знака этого числа на обратный.

Умножение многочленов.

318. Проверить справедливость равенств:

$$(a+b-c)\cdot m=am+bm-cm;$$
$$m(a+b-c)=ma+mb-mc.$$

(Распределительный закон)

при

	a	b	c	m
1)	-5	-3	-2	-4
2)	x	$-y$	y	$-p$
3)	x^2	$-2x^2$	$-x^2$	x^2

319. Раскрыть скобки и, где возможно, упростить выражения:

1) $(5a-7b-3c)\cdot(-2abc)$;
2) $(-5ab+7ac-bc)\cdot(-2abc)$;
3) $(2a-3b)\cdot(3x-2y)$; 4) $(5a-7b)\cdot(-8y+2x)$;
5) $(5a-b)\cdot(-2a-3b)$; 6) $(-3a-5b)\cdot(7a-b)$;
7) $(a+2)(a-1)-(a+1)(a-2)$;
8) $(x+4)(x-2)-(x+2)(x-1)$;
9) $(a+2)(a-1)-(a+3)(a-2)$;
10) $(n+7)(n-5)-(n+9)(n-7)$;

319. 11) $(5ab - 15ac + bd - 3cd)(5ab + 15ac - bd - 3cd)$;

12) $(9ac + 3ad - 2bd - 6bc)(9ac - 3ad - 2bd + 6bc)$;

13) $(3a^2 - 5ab + 2b^2)(a^2 - 7ab)$;

14) $(x^2 + 5 - 2x)(x^2 - 3 + x)$;

15) $(x^2 - 3x + 7)(-3 + 5x + 2x^2)$;

16) $(x^2 - 7xy + 8y^2)(-3x^2 - 2y^2 + 4xy)$;

17) $(3 + 2x^2 - 5x)(-8 + 7x^2 + x)$;

18) $(x^4 + a^4 - ax^3 - a^3x)(x^2 - a^2)$;

19) $(a^5 + a^4b - ab^4 - b^5)(ab^2 - a^2b)$;

20) $(x^3 + 6 - 7x)(x^2 - 5x - 2)$;

21) $(5x^3 - xy^2 - 7y^3)(-4xy + 3y^2 + x^2)$;

22) $(3x^3 - 4x + 8)(-1 + 2x + x^2)$;

23) $(3a - 2b)^3$; 24) $(2a - 5b)^3$; 25) $(2a - 3)^3$; 26) $(1 + 2a)^3$;

27) $(x - 1)(x - 2)(x + 3)$; 28) $(x - 1)(x + 2)(x - 3)$;

29) $(2x - 1)(3x + 5)(x + 1)$; 30) $(3x + 5)(2x - 3)(x - 1)$;

31) $(2x + 1)(3x - 2)(4x + 3)(5x - 4)$;

32) $(x^4 + 2x^3 - 8x - 16)(x^2 - 2x + 4)$;

33) $(2x - 3)^2(3x - 1)^2$;

34) $(2 + 4x + 3x^3 + 6x^2)(1 - x)^2$.

320. В примерах 7, 9, 25 заменить a через $-b$ и упростить полученные выражения.

321. В примерах 8, 27, 28, 29, 30, 31, 33 заменить x через $-x$ и упростить полученные выражения.

322. В примерах 11, 12, 13, 23, 24 заменить a через $-b$, а b через $-a$.

323. Найти коэффициент при x^6 в произведении:

$$(1 - 2x + 4x^2 - 8x^3 + 16x^4)(1 + 2x + 4x^2 + 8x^3 + 16x^4).$$

324. Найти коэффициенты при x^3 в произведениях:

1) $(2 - 3x)^2(1 + 5x)^2$; 2) $(1 + x)^2(1 - x)^2$;

3) $(1 + x + x^2)^3$; 4) $(1 - x + x^2)^2$.

Разложение на множители.

325. Разложить на простые множители:

1) 18; 2) 16; 3) 35; 4) 256; 5) 144;

6) 72; 7) 48; 8) 210; 9) 1024; 10) 8575;

11) 216; 12) 384; 13) 343; 14) 1728; 15) 1001.

326. Составить таблицу простых чисел (при помощи Решета» Эратосфена, т.-е. вычеркиванием чисел: через одно после двух, через два после трех и т. д.).

327. Представить в виде произведения возможно большего числа сомножителей:

1) $40ab^2$; 2) $25ax^2$; 3) $20a^2$; 4) $18ab$;
5) $72abx^2$; 6) $121a^2bxy$; 7) $24ab^2xy$; 8) $180p^2r^2$.

328. Разложить на множители:

$$am + bm = m(a + b).$$

1) $8a + 8b$; 2) $3x - 3$; 3) $ax - bx$;
4) $-7x - 7y$; 5) $ax - x$; 6) $12a - 18b$;
7) $ax + ay$; 8) $x^2 - x$; 9) $ab - b$;
10) $4ax - 2bx$; 11) $5x - 5y$; 12) $ax + a$;
13) $3a - 3b$; 14) $3b - 3a$; 15) $a^2 + a$;
16) $48x^2y - 36xy$; 17) $85ab - 170a$;
18) $65cd^2 + 52cd$; 19) $777p^7y^3 - 555p^2y^5$;
20) $mx - nx + px$; 21) $8abx - 6acy - 10az$;
22) $14anx - 21bny - 7n$; 23) $63xy - 84y^2 + 98yz$;
24) $15abx - 9b^2y + 12bt$; 25) $20ax - 35bx - 40x^2$;
26) $ax + bx + cx - dx$; 27) $15a^2y^4 + 9ay^2 + 27ay$;
28) $0{,}77pq - 0{,}99pr + 0{,}33p$; 29) $0{,}3c^5d^3 + 0{,}7c^4d^4$.

329. $am + bm + ap + bp = m(a + b) + p(a + b) = (a + b)(m + p)$

1) $a(x + y) + b(x + y)$; 2) $a(x + y) - b(x + y)$;
3) $a(x - y) - b(x - y)$; 4) $t(2x - 3y) - 5(2x - 3y)$;
5) $2x(3p - q) - (3p - q)$; 6) $m(x + y) - x - y$;
7) $n(x - y) - x + y$; 8) $ax + ay + bx + by$;
9) $ac + ad - bc - bd$; 10) $ac - cx + a - x$;
11) $ax - a + x - 1$; 12) $ab - bc - a + c$;
13) $ab - a - b + 1$; 14) $2ax - 3bx - 2ay + 3by$;
15) $3ax - 5by - 5ay + 3bx$; 16) $40x^2 - 2p + 5x - 16px$;
17) $10n^2 + 21xy - 14nx - 15ny$;
18) $30ax - 34bx - 15a + 17b$;
19) $91x^2 - 112mx + 65nx - 80mn$;
20) $ax - bx + cx + ay - by + cy$;
21) $2ax - 5ay + a - 2bx + 5by - b$;
22) $120ax - 150ay + 80bx - 100by$;

329. 23) $adx - bcx - acx + bdx$;
24) $bac - ac^2 - bcd + c^2d$;
25) $x + x^2 - x^3 - x^4$;
26) $3x(x - y) + 3y(y - x)$;
27) $6a(2a - b) + 3b(b - 2a)$;
28) $6x(a - b) + 2x(b - a) + 4(b - a)$;
29) $4a(a - b) + 6b(b - a) - 2a(b - a)$
30) $(4a - 5b)(3m - 2p) + (a + 4b)(3m - 2p)$;
31) $(7a - 3x)(5c - 2d) - (6a - 2x)(5c - 2d)$.

330. I. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$;
II. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$;
III. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
IV. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
V. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$.

1) $a^2 + 2ab + b^2$; 2) $x^2 - 2xy + y^2$; 3) $a^2 - 6a + 9$;
4) $x^2 + 2x + 1$; 5) $x^2 - 4x + 4$; 5a) $9x^2z^2 + 6xz^2 + z^2$;
6) $x^3 + 4x^2 + 4x$; 6a) $100x^2z^2 - 20xz^2 + z^2$;
7) $64a^2b^2 + 48abc + 9c^2$; 7a) $\frac{1}{16}a^4b^5 + a^2b^5 + 4b^5$;
8) $49x^2 - 14x + 1$; 8a) $121z^2y^3 - 22zy^5 + y^7$;
9) $121x^4 + 44x^2 + 4$; 9a) $9x^2 + 25 - 30x$;
10) $25{,}6k^2 - 9{,}6ks + 0{,}9s^2$; 10a) $100x^2y^2z^2 + t^2 + 20xyzt$.
11) $m^2 - n^2$; 12) $a^2 - b^2$; 13) $9a^2b^2 - y^2$; 14) $36x^2 - 25y^2$;
15) $1 - x^2$; 16) $a^2 - 1$; 17) $64x^2 - 1$; 18) $121 - 9a^4$;
19) $100x^2 - 25y^2$; 20) $169a^2 - 49b^2$;
21) $9a^2b^2 - 16c^2$; 22) $81a^4 - 64b^4$;
23) $25x^2 - 1$; 24) $1 - 16x^4$; 25) $0{,}25a^2 - b^2$;
26) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2$; 27) $1{,}44a^2b^2 - 0{,}64$; 28) $0{,}81b^4 - 1{,}21a^2c^2$;
29) $77^2 - 13^2$; 30) $125^2 - 25^2$;
31) $(a + b)^2 - (a - b)^2$; 32) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$;
33) $m^2 - n^2 - p^2 - 2np$; 34) $x^2 + 2xy + y^2 - z^2$;
35) $(x^2 + xy + y^2)^2 - (x^2 - xy + y^2)^2$;
36) $(x^2 + xy + y^2)^2 - (x^2 - xy - y^2)^2$;
37) $a^3 + b^3$; 38) $a^3 - b^3$; 39) $x^3 + 1$; 40) $x^3 - 1$;
41) $a^4 - b^4$; 42) $a^6 - b^6$; 43) $a^6 + b^6$; 44) $a^8 - b^8$;

330. 45) $64a^3+125b^3$; 46) $27x^3-8y^3$; 47) $27x^3-1$; 48) $729+x^3y^3$.
49) $x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$. 50) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$;
51) $27a^3-27a^2b+9ab^2-b^2$; 52) $8x^2+12x^2y+6xy+y^3$;
53) $a^3b^3-3a^2b^2+3ab-1$: 54) $125k^3+75k^2+15k+1$

331. I. $x^2+(a+b)x+ab=x^2+ax+bx+ab=$
$=(x+a)(x+b)$.
NB $ax\cdot bx=x^2\cdot ab$.
II. $abx^2+(am+bn)x+mn=abx^2+amx+bnx+$
$+mn=(ax+n)(bx+m)$.
NB $amx\cdot bnx=abx^2\cdot mn$.

1) x^2+5x+6; 2) x^2+3x+2; 3) a^2-a-6;
4) x^4+x^2-2; 5) $a^2+12a+35$; 6) $c^2+9c+18$;
7) $a^2-ab-2b^2$; 8) $3+2x-x^2$; 9) y^3-7y^2-8y;
10) x^3+2x^2-15x; 11) b^3-b^2-2b; 12) $a^2-16a+60$;
13) $3a^2-10ab+3b^2$; 14) $m^2+8m-20$; 15) $6x^2+5xy-6y^2$;
16) $a^2+7ab+12b^2$; 17) $30x^2-11xy+y^2$;
18) $p^2-8pq+7q^2$; 19) $10r^2-11rs+s^2$;
20) $a^2+15ab+26b^2$; 21) $x^2-14xy+33y^2$.

332. 1) a^2-b^2-a+b; 2) $x^3-y^2-2x^2y-2xy^2$;
3) $a^4-b^4+2a^3b-2ab^3$; 4) $x^4+2ax^3-a^4-2a^3x$;
5) $a^3+a^2b-ab^2-b^3$; 6) $x^3-xy^2-x^2y+y^3$;
7) $m^6-m^4n^2-m^2n^4+n^6$; 8) x^4+x^2-2;
9) $(x^2+3x+1)^2-1$; 10) m^2-n^2+m+n;
11) $(a-2b+3c)^2-(a-2b-3c)^2$;
12) $(3a+b-2c)^2-(a-2b+3c^2)$:
13) $1-3x-3xy-y^2$; 14) $(x+y)^4-(x-y)^4$;
15) $(x+y)^4-(x^2-y^2)^2$; 16) $(bx-ay)^2-(ax-by)$
17) Показать, что $(-a-b)^2=(a+b)^2$;
18) $(a-b)^2=(b-a)^2$;
19) $(a-b)^3=-(b-a)^3$.

Деление многочленов.

333. Показать справедливость формул:

$$(a+b):m=a:m+b:m$$
$$\text{и } (a-b):m=a:m-b:m$$

поверкой умножением на m.

334. Произвести деления:

1) $(5a + 5b - 5c) : 5$; 2) $(ax - bx + cx) : x$;
3) $(8a - 6b + 10c) : 2$; 4) $(ax^2 + bx - 5x) : x$;
5) $(6ax - 9bx - 15x) : 3x$; 6) $(mx - my) : (m)$;
7) $49an - 21n^2 - 91np) : 7n$; 8) $(24ab - 21b^2 - 3b) : (-3b)$;
9) $(-x^2 + 20xy - 6x^2y) : (-4x)$
10) $\left(\frac{3}{4}axy - \frac{2}{5}bxy + \frac{7}{10}cxy\right) : \frac{1}{20}xy$;
11) $\left(-\frac{2}{5}x^2 - \frac{3}{2}xy\right) : \left(-\frac{2}{3}x\right)$;
12) $\left(2\frac{1}{2}abx - 3\frac{1}{3}bcy + 3\frac{3}{4}bd\right) : \frac{5}{4}b$;
13) $(56ax - 63bx + 42cx) : 7x$;
14) $(169ab - 156ac + 117ad - 91ac) : 13a$;
15) $(95ax + 133ax^2 - 76a^2x - 209a^2x^2) : 19ax$;
16) $(92r^5s^5 - 115r^3s^4 - 161r^2s^6 + 69r^6s^3) : 23rs$;
17) $(0,68ab - 0,85ac - 0,51ad + 0,34ac - 1,02af) : (-1,7a)$;
18) $(0,1x^3 + 0,01x^2 + 0,001x) : 0,01x$;
19) $(10a^4 + a^3 + 0,1a^2 + 0,01a + 0,001) : (-0,1)$;
20) $(64a^6 + 3,2a^5 + 0,16a^4 + 0,008a^3 + 0,0004a^2) : 0,02a$.

335. Упростить следующие выражения либо разложение делимого на множители, либо делением:

1) $(am - bm) : (a - b)$; 2) $(mx - x) : (m - 1)$;
3) $(15nx + 6ny + 21nz) : (5x + 2y + 7z)$;
4) $(ac - ad + bc - bd) : (c - d)$;
5) $(m^2 - mx - m + x) : (m - 1)$;
6) $(6am - 9an - 4bm + 6bn) : (3a - 2b)$;
7) $(6ac - 2ad + 4af - 9bc + 3bd - 6bf) : (2a - 3b)$;
8) $(2ax - 6bx + 8cx - ay + 3by - 4cy) : (2x - y)$;
9) $(a^2 + ab - 2b^2) : (a - b)$;
10) $(3a^2 + ab - 2b^2) : (3a - 2b)$
11) $(9x^2 + 6xy - 8y^2) : (3x - 2y)$;
12) $(x^2 - 8x + 7) : (x - 7)$; 13) $(x^2 - 2x - 15) : (x - 5)$;
14) $\left(\frac{7}{5}x^2 - \frac{5}{7}y^2\right) : \left(7x - 5y\right)$ 15) $\left(\frac{2}{3}a^2 - \frac{3}{2}b^2\right) : \left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b\right)$;
16) $(0,4x^2 + 1,47x - 8,5) : (0,8x - 2,5)$;
17) $(2,21n^2 - 1,8np - 1,61p^2) : (0,7p + 1,3n)$;
18) $(a^3 - a^2b + 2b^3) : (a + b)$;

335. 19) $(6x^3 + x^2 - 29x + 21):(2x - 3)$;

20) $\left(2x^3 - 2x^2 - 6\frac{1}{2}x + 7\frac{1}{2}\right):(2x - 3)$;

21) $12px + 8py + 9qx + 6qy):(4p + 3q)$;

22) $(36az - 21au + 60bz - 35bu):(12z - 7u)$;

23) $(9x^3 + 15x^2y - 6xy^2 - 10y^3):(3x + 5y)$;

24) $(9x^3 - 6xy^2 + 15x^2y - 10y^3):(3x^2 - 2y^2)$;

25) $(2a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + 2b^3):(2a^2 + 2b^2)$;

26) $\left(\frac{1}{15}ax - \frac{1}{21}bx + \frac{2}{15}ay - \frac{2}{21}by\right):\left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y\right)$;

27) $\left(\frac{5}{8}x^6 - \frac{17}{20}x^4z^3 + 1\frac{3}{7}x^2z^5 - 1\frac{33}{35}z^8\right):\left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{7}z^5\right)$;

28) $(a^3 - b^3):(a - b)$;

29) $(a^3 + b^3):(a + b)$;

30) $(81a^4 - 16b^4):(3a + 2b)$.

31) $(a^5 + b^5):(a + b)$;

32) $(z^5 - y^5):(z - y)$;

33) $(a^6 - b^6):(a^2 - ab + b^2)$;

34) $(a^2 - b^2 + 2bc - c^2):(a + b - c)$;

35) $(49a^2 - 42ab + 9b^2 - 16c^2):(7a - 3b + 4c)$;

36) $(81x^5 + 111x^4 - 69x^3 + 9x^2 - 63x + 102):(3x + 6)$;

37) $(102 - 69x^3 + 9x^2 - 63x + 111x^4 + 81x^5):(11x^2 - 19x + 27x^4 - 17x^3 + 17)$;

38) $(12z^6 + 32z^4 + 51z^2 + 35):(2z^4 + 5 + 3z^2)$.

39) $(45x^5 + 28z^5 + 60x^2z^3 + 21x^3z^2) : (4z^3 + 3x^3)$;

40) $(0.861x^5y^5 + 1{,}89x^3y^2z^2 - 13{,}23z^5 - 6{,}027x^2y^2z^3) : (1{,}23x^2y^2 + 2{,}7x^2)$.

336. Произвести деления:

1) $(a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1) : (a + 1)$;
2) $(a^3 + 4a^2 + 7a + 6) : (a + 2)$;
3) $(3a^3 + 4a^2 + 7a + 2) : (3a + 1)$.

Какой вид примут получаемые при этом вычисления, если вместо a подставить 10?

Уравнения и задачи.

337. Решить следующие уравнения:

1) $-2x = 5$;
2) $-3x = -6$;
3) $4x = -12$,
4) $36 = -9x$.
5) $33x = -11$;
6) $7x = 0$;
7) $7x = -4.2$;
8) $0.72 = -5x$;

9) $0{,}3 = -6x$;

10) $8\frac{3}{4} = -5x$;

11) $13x = -10\frac{1}{2}$;

12) $29x - 97 = -10$;

13) $8{,}5 - 14x = -1{,}3$;

14) $7x + 19 = 14{,}8$;

15) $5{,}2 = 9 - 19x$;

16) $\frac{x}{8} = 0$;

17) $19 - 3x = 14 - 8x$;

18) $51x + 35 = 15x - 73$;

19) $51x - 45 + 71 - 9x = 145 + 39 - 47x$;

20) $25 - x - 97 + 39x = 73x - 26 - 81x + 41 + 17x$;

21) $x = 91 - 76x - 35 + 27x + 47 + 9x + 33 + 7x$.

338. 1) Купец купил 20 пуд. чаю по 70 руб. пуд. а продавал по 2 руб. фунт. Сколько прибыли на фунт получил он при продаже, если 4 пуда пришлось выбросить, как испорченные, а развеска и упаковка остального чаю обошлись в 40 рублей (по ценам 1914 года)?

2) В бассейн проведены три трубы: первая подает в минуту 10 вед., вторая — 15 вед. Сколько подает третья, если при совместном действии трех труб пустой бассейн наполняется в 50 минут, а емкость его равна 1000 вед.?

ОТДЕЛ ТРЕТИЙ.

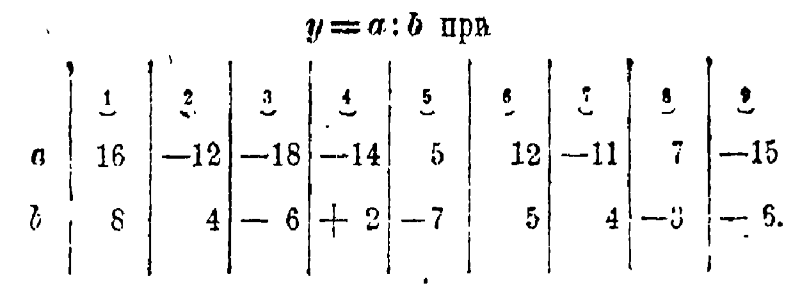
ЧЕТВЕРТАЯ ГЛАВА.

Дроби.

§ 1. Понятие дроби.

339. Вычислить:

$$y = a : b \text{ при}$$



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	16	−12	−18	−14	5	12	−11	7	−15
b	8	4	− 6	+ 2	−7	5	4	−3	− 6.

340. Упростить выражения:

1) $a^3b^2 : ab$; 2) $x^5y^5 : xy^2$; 3) $a^3b^2 : a^2b$; 4) $x^5y^5 : x^3y^2$;
5) $a^3b^2 : a^3b^3$; 6) $x^5y^5 : x^5y^5$; 7) $a^3b^2 : a^4b$; 8) $x^5y^5 : x^7y^2$.

341. Как можно записать результаты делений:

1) $a : b$; 2) $3a^2 : b^2$; 3) $4xy : 5abc$; 4) $12xyz : 13ab^2c^3$;
5) $7x^2y^2 : 5az^2$; 6) $15x^3 : 66a^2z^4$; 7) $3a^3x^2 : 5b^2y^3$; 8) $15 : 7ab^2c^3$?

342. Что называется ***алгебраической дробью?***

343. При каком значении b выражение $\frac{a}{b}$ не имеет смысла?

344. Изобразить на числовой прямой в подходящем масштабе дроби:

1) $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{7}, \frac{3}{8}, \frac{4}{9}$; 2) $\frac{1}{4}, \frac{3}{10}, \frac{2}{7}, \frac{3}{1}, \frac{4}{11}$.

и, руководствуясь этим изображением, расположить их по величине.

Выражение, в котором (после всех возможных упрощений) входит действие деления на какую-либо букву или на выражение, содержащее буквы, называется *дробным*.

Выражение, в котором *последнее* действие есть деление (на какую-нибудь букву), называется *алгебраической дробью*. Знак деления в этом случае изображается в виде горизонтальной черты, которая ставится *под делимым* и *над делителем*.

Так как деление на 0 не имеет смысла, то дробь не имеет смысла, когда ее знаменатель обращается в 0.

Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

$$(a+b-c):m=a:m+b:m-c:m;$$

$$\frac{a}{m}+\frac{b}{m}-\frac{c}{m}=\frac{a+b-c}{m}.$$

345. Что значит **сложить** две дроби с одинаковыми знаменателями?

346. Упростить выражения:

1) $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$; 3) $\frac{a}{m}+\frac{b}{m}$; 4) $\frac{b}{m}+\frac{a}{m}$;

5) $\frac{5}{7}+\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$; 6) $\left(\frac{5}{7}+\frac{2}{7}\right)+\frac{3}{7}$; 7) $\frac{a}{m}+\left(\frac{b}{m}+\frac{c}{m}\right)$;

8) $\left(\frac{a}{m}+\frac{b}{m}\right)+\frac{c}{m}$; 9) $\frac{13}{15}+\left(\frac{7}{15}-\frac{4}{15}\right)$; 10) $\left(\frac{13}{15}+\frac{7}{15}\right)-\frac{4}{15}$;

11) $\frac{a}{m}+\left(\frac{b}{m}-\frac{c}{m}\right)$ 12) $\left(\frac{a}{m}+\frac{b}{m}\right)-\frac{c}{m}$; 13) $\frac{a}{m}-\left(\frac{b}{m}-\frac{c}{m}\right)$;

14) $\left(\frac{a}{m}-\frac{b}{m}\right)+\frac{c}{m}$; 15) $\frac{a}{m}-\left(\frac{b}{m}+\frac{c}{m}\right)$; 16) $\left(\frac{a}{m}-\frac{b}{m}\right)-\frac{c}{m}$.

347. Имеют ли место при дробных значениях букв равенства:

$$a+b=b+a;$$

$$a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$$ и почему?

Сложить две алгебраические дроби с одинаковыми знаменателями значит составить дробь, числитель которой равен сумме числителей данных дробей, а знаменатель равен знаменателю этих дробей.

§ 2. Преобразование дробей.

$$\frac{a}{b}=\frac{am}{bm}.$$

348. Сократить дроби:

1) $\frac{24}{8}$; 2) $\frac{-7}{49}$; 3) $\frac{6}{-8}$; 4) $\frac{-8}{12}$;

5) $\frac{3a^2b}{ab}$; 6) $\frac{4a^2b}{2ab}$; 7) $\frac{5a^2b^2}{-10a^2b^2}$; 8) $\frac{-3ab^2}{2ab^2}$;

9) $\frac{3a^2bc}{3ab^2c^2}$; 10) $\frac{9a^2b}{15a^2b^2c^2}$; 11) $\frac{0,64a^3b}{0,32ab^3}$; 12) $\frac{2,5x^3y^2z}{0,5xy^2z^3}$

349. Сократить следующие дроби, освободив их знаменатели от знака —(где он имеется):

1) $\frac{xy}{-yx}$; 2) $\frac{x}{-x^2}$; 3) $\frac{x}{-x^3}$; 4) $\frac{3ab^2c^2}{-a^2bc}$;

5) $\frac{-3ab^2}{-6ab}$; 6) $\frac{-\frac{1}{2}a^2x^2y}{-\frac{1}{2}axy^2}$; 7) $\frac{0,64a^3b}{-6,4ab^3}$; 8) $\frac{-9,6xy^3z}{0,48x^2y^3z^2}$.

350. Сократить дроби:

1) $\frac{abc}{abd}$; 2) $\frac{abc}{b}$; 3) $\frac{a^4bc^4}{[illegible]}$; 4) $\frac{a^3b^4c^5}{a^2b^5c}$;

5) $\frac{4a^7b}{8a^6b^3}$; 6) $\frac{27ab^2c^3}{9ab^2c^9}$; 7) $\frac{121p^3q^4r}{99p^5q^2r}$; 8) $\frac{24x^5y^7}{36x^4y^4}$;

9) $\frac{625m^9n^7}{125mn}$; 10) $\frac{100vw^5u^2}{125w^3uv}$; 11) $\frac{5a^8bc^7}{35bc^3d^4}$; 12) $\frac{147a^4p^3x^6}{189a^4bcx^8}$;

13) $\frac{x^2-xy}{xy-y^2}$; 14) $\frac{5a-5b}{9b-9a}$; 15) $\frac{a^2-ab}{a^2+ab}$; 16) $\frac{ap+bp}{ap-bp}$;

17) $\frac{ap+bp}{bp+ap}$; 18) $\frac{ap-bp}{bp-ap}$; 19) $\frac{3a-3}{4a-4}$; 20) $\frac{5a^2-5a}{5a^2+5a}$;

21) $\frac{ab-b}{ab+b}$; 22) $\frac{2a^2x-3ax^2}{3a^2x-2ax^2}$; 23) $\frac{5a^2b-4ab^2}{5a^2b+4ab^2}$, 24) $\frac{3x^2c-3xc^2}{3x^2c-3xh^2}$;

25) $\frac{a-1}{7-7x}$; 26) $\frac{mx-m}{n-nx}$; 27) $\frac{3a-6b}{8b-4a}$; 28) $\frac{a-a^2}{a-1}$;

29) $\frac{a^2-1}{a+1}$; 30) $\frac{a+a^2}{a^2-1}$; 31) $\frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$; 32) $\frac{a^2-b^2}{a^2-ab}$;

33) $\frac{5(2x^2+3)}{2x-1}$. 34) $\frac{x^2-a^2}{a^2x-ax^2}$. 35) $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$; 36) $\frac{5x^2-5xy}{5(x-y)^2}$;

37) $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}$; 38) $\frac{a^2-2ab+b^2}{b^2-a^2}$; 39) $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2}$;

40) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$; 41) $\frac{1-8xy+16x^2y^2}{16y^2x^2-1}$; 42) $\frac{x^2-10000}{(100-x)^2}$;

43) $\frac{a^3+b^3}{a^2-b^2}$; 44) $\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$; 45) $\frac{a^3+b^3}{a^2+b^2}$; 46) $\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2}$;

47) $\frac{a^4-b^4}{a^2-b^2}$; 48) $\frac{a^4+b^4}{a^2+b^2}$; 49) $\frac{a^6-b^6}{a^3+b^3}$; 50) $\frac{a^6-b^6}{a^3-b^3}$;

51) $\frac{a^4-b^4}{a^3+b^3}$; 52) $\frac{a^4-b^4}{a^3-b^3}$; 53) $\frac{a^6-b^6}{a^4-b^4}$; 54) $\frac{a^6+b^6}{a^2+b^2}$;

55) $\frac{ax+ay-az}{bx+by-bz}$. 56) $\frac{5a^3b+5a^2b^2-5a^2bc}{4bc^3-4b^2c^2-4abc^2}$

57) $\frac{xy+xz}{xy}$; 58) $\frac{24ap-36aq}{49vr+60as}$; 59) $\frac{25ab-35qc}{35pb-49pc}$;

60) $\frac{65a^2x^2+91ax^2}{85a^2x+119ax^2}$; 61) $\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$; 62) $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$;

63) $\frac{4a^2-5ab}{16a^2-40ab+25b^2}$; 64) $\frac{8ax+20x}{4a^2+20a+25}$;

65) $\frac{98x^2-72xy^2}{49x^2-84xy+36y^2}$; 66) $\frac{6a^3-12a^2b}{a^2b^2-4ab^3+4b^4}$;

67) $\frac{a^2-5ab+6b^2}{a^2-9ab+14b^2}$; 68) $\frac{3r^2-2rs-s^2}{3r^2-4rs+s^2}$;

69) $\frac{a^2+4ab-21b^2}{a^2+12ab+35b^2}$; 70) $\frac{10x^2-101xy+10y^2}{10xy-y^2}$;

71) $\frac{x^3+y^3}{5x^2-2xy-7y^2}$; 72) $\frac{4x^2+20xy+25y^2}{6x^2+23xy+20y^2}$;

73) $\frac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by}$; 74) $\frac{ac-bc+ad-bd}{ac+bc+ad+bd}$; 75) $\frac{x^2-3x+2}{1-3^2}$;

76) $\frac{x^2-4x+3}{x^2-5x+6}$; 77) $\frac{x^2-x-20}{x^2+x-30}$; 78) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-8x+25}$;

79) $\frac{14a^2x^2-55a^2xy-36ay^2}{10ax-45ay-2a^2x^2+9a^2xy}$; 80) $\frac{15a^2-21bc-35ab^2+9ac}{9ab-15ac-21b^2+35bc}$.

351. Задачи шутки: 1) Имеем $\frac{26}{65}=\frac{26}{65}=\frac{2}{5}$. Нет ли еще других дробей, которые можно сократить простым зачеркиванием одинаковых цифр?

$$2)\quad \frac{a^2-b^2}{a+b}=\frac{a^2-b^2}{a+b}=a-b.$$

Нет ли еще других дробей, которые можно сократить простым зачеркиванием одинаковых букв?

351. 3) Можно ли сокращать дроби следующим образом:

а) $\frac{a-b}{ab} = \frac{a-b}{ab} = \frac{1-1}{1} = 0$; б) $\frac{a-b}{a} = 1 - b$.

352. Определить x в следующих уравнениях (пропорциях), выполнив предварительно сокращение:

1) $\frac{1}{x} = \frac{10}{30}$; 2) $\frac{x}{8} = \frac{16}{64}$; 3) $\frac{x}{5} = \frac{75}{125}$;

4) $\frac{17}{x} = \frac{34}{2}$; 5) $\frac{75}{275} = \frac{3}{x}$; 6) $\frac{35}{91} = \frac{x}{13}$;

353. Определить x в следующих уравнениях (пропорциях), приводя обе их части к общему знаменателю:

1) $\frac{1}{2} = \frac{x}{6}$; 2) $\frac{2}{3} = \frac{x}{60}$; 3) $\frac{4}{5} = \frac{x}{70}$, 4) $\frac{3}{8} = \frac{x}{96}$;

5) $\frac{3}{4} = \frac{6}{x}$; 6) $\frac{2}{3} = \frac{144}{x}$; 7) $\frac{4}{5} = \frac{132}{x}$; 8) $\frac{3}{4} = \frac{303}{x}$;

9) $\frac{1}{2} = \frac{x}{2a}$; 10) $\frac{1}{5} = \frac{x}{10b}$; 11) $\frac{3}{7} = \frac{x}{35ab}$; 12) $\frac{5}{8} = \frac{x}{32a^2}$.

354. В дробях: 1) $\frac{1}{x}$ и 2) $\frac{5}{x}$ задать знаменателю ряд последовательных значений 1, 2, 3 и т. д. и изобразить полученные результаты, насколько это возможно, на числовой прямой. К какому значению приближается дробь с возрастанием x?

355. В дробях: 1) $\frac{1+x}{2+x}$; 2) $\frac{4+x}{5+x}$; 3) $\frac{5+x}{10+x}$ задать x последовательные значения 1, 2, 3 и т. д. К какому значению приближается дробь с возрастанием x?

356. Какие значения имеет дробь:

1) $\frac{0}{4}$; 2) $\frac{0}{m}$; 3) $\frac{2}{2m}$; 4) $\frac{0}{a-b}$,

если m, a и b числа, отличные от нуля ($a \neq b$)?

357. Какие значения принимают дроби:

1) $\frac{1-x}{1+x}$; 2) $\frac{1-x}{1+x}$; 3) $\frac{3+2x}{3-2x}$; 4) $\frac{5+x}{5-x}$,

когда x проходит все целые значения от -6 до $+6$?

Указать значения x, при которых первая (вторая, третья, четвертая) дробь не имеет смысла.

358. Найти значения следующих дробей и указать те из дробей, которые при указанных подстановках не имеют смысла (указать при этом и соответствующие подстановки):

1) $y=\frac{x+2}{x-2}$ при $x=2$ и $x=-2$;

2) $y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$ при $x=1$ и $x=-1$;

3) $y=\frac{x^2+x+1}{x^2-x-2}$ при $x=1$, $x=-1$, $x=2$, $x=-2$;

4) $y=\frac{x^2+5x+6}{x^2-5x+6}$ при $x=-2$, $x=+2$, $x=-3$, $x=+3$.

При сокращении алгебраических дробей мы делим числитель и знаменатель на одно и то же выражение и считаем новую дробь, полученную таким способом, равной первоначальной дроби. Но следует заметить, что это равенство не имеет места, когда множитель, на который произведено сокращение, принимает значение O, так как в этом случае сокращаемая дробь принимает вид $\frac{0}{0}$.

§ 3. Сложение и вычитание дробей.

359. Произвести сложение (и вычитание) дробей:

1) $\frac{3x+2}{5}-\frac{3x-3}{5}$; 2) $\frac{2a+3b}{7}+\frac{3a-3b}{7}$

3) $\frac{3x-10y}{5}-\frac{8x-10y}{5}$; 4) $\frac{20p-7q}{11}+\frac{2p-4q}{11}$;

5) $\frac{7a}{9}+1$; 6) $\frac{3x}{5}-1$; 7) $\frac{2}{2x}+\frac{3b}{2x}$; 8) $\frac{3y}{a}-\frac{y}{a}$;

9) $\frac{3x}{a}+\frac{x}{a}-\frac{2x}{a}$; 10) $\frac{4c}{3d}+\frac{c}{3d}-\frac{2c}{3d}$;

11) $\frac{7m-6n}{17}-\frac{3m+5n}{17}+\frac{11n-3m}{17}-\frac{m-20n}{17}$;

12) $\frac{11x+7y}{20}+\frac{2y-5x}{20}-\frac{x-y}{20}-\frac{5x+8y}{20}$;

13) $\frac{a^2+4ab+b^2}{a-b}-\frac{3ab-2a^2-4b^2}{a-b}-\frac{5b^2-3a^2+ab}{a-b}$;

14) $\frac{2x^2+3xy}{x+y}-\frac{3x^2+2xy}{x+y}-\frac{x^2+3y^2}{x+y}+\frac{5x^2+xy+2y^2}{x+y}$;

359. 15) $\frac{(a+b)^2}{2ab} - \frac{(a-b)^2}{2ab}$; 16) $\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$;

17) $\frac{2b}{3} + b$; 18) $\frac{4a}{5} - a$; 19) $1 + \frac{2x}{3}$; 20) $\frac{x}{a} + 2$;

21) $\frac{m}{n} - \frac{3m}{n} + 2$; 22) $6 - \frac{x}{y} + 3x$; 23) $4 - \frac{a}{b} + 2b$;

24) $\frac{5c}{ab} - \frac{2c}{ab} + 3 - \frac{4a}{ab}$; 25) $\frac{3bx}{a^2} + \frac{5by}{a^2} - 2 - \frac{3by}{a^2}$

360. 1) $\frac{2a}{3} - \frac{3a}{5} - \frac{a}{6} + \frac{b}{10}$ 2) $\frac{6x}{7} - \frac{3y}{5} + \frac{13x}{42} - \frac{7y}{30}$;

3) $\frac{a}{2} - \frac{b}{3} - \frac{a}{3} + \frac{5b}{6}$; 4) $\frac{a}{5} - \frac{b}{4} - \frac{a}{30} + \frac{b}{20}$;

5) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$; 6) $\frac{2}{x} - \frac{3}{y}$; 7) $\frac{a}{x} + \frac{b}{y}$; 8) $\frac{2a}{3} - \frac{a}{x}$;

9) $\frac{1}{a} + \frac{1}{2a}$; 10) $\frac{1}{3x} - \frac{1}{6x}$; 11) $\frac{a}{2b} - \frac{a}{3b}$; 12) $\frac{2a}{5x} - \frac{3a}{8x}$,

13) $\frac{3}{an} - \frac{5}{bn}$; 14) $\frac{m}{ax} + \frac{n}{bx}$; 15) $\frac{a}{6} + 5 + \frac{a}{3}$;

16) $a + \frac{x}{3} + \frac{x}{6}$; 17) $5n - \frac{x}{2y} - \frac{x}{3y}$; 18) $\frac{x}{y} + 1 - \frac{x}{2y}$;

19) $\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc}$; 20) $\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} + \frac{z}{xy}$;

21) $\frac{3xy}{5b^2} + \frac{ax}{15b^2}$; 22) $\frac{4a^2}{5bx} - \frac{11b^2}{20bx}$;

23) $\frac{2a}{3b} - \frac{5a}{6b} - \frac{a}{2b} + \frac{7a}{9b}$; 24) $\frac{3x}{4y} - \frac{5x}{9y} - \frac{2x}{3y} + \frac{7x}{12y}$;

25) $\frac{2ab}{3xy} - \frac{3ab}{4xy} + \frac{5ab}{6xy}$; 26) $\frac{5ax}{6by} - \frac{3ax}{8by} - \frac{7ax}{16by}$;

27) $\frac{15ac}{8by} - \frac{3bc}{7ay} + \frac{11ab}{9cy}$; 28) $\frac{7bc}{3a} + \frac{4ac}{4b} - \frac{9ab}{2c}$;

29) $\frac{9x+2}{3} - \frac{7x+5}{4} - \frac{8-7x}{6} + \frac{5-3x}{8} - \frac{3-7x}{12}$;

30) $\frac{7a-2b}{4} + \frac{4a-5b}{6} - \frac{3a-8b}{9} + \frac{5a-6x}{18} - \frac{3b-8x}{24}$;

31) $\frac{5(2x-3)}{4} - \frac{2(7x-5)}{3} + \frac{4(3x+1)}{5}$;

32) $\frac{3(2a-3b)}{8} - \frac{2(3a-5b)}{2} + \frac{5(a-b)}{6}$;

33) $\frac{11x-4y}{7x} - \frac{14x+3y}{11y}$; 34) $\frac{13u-9v}{19u} - \frac{8u-19v}{13v}$;

360. 35) $\frac{a-3b}{6a}+\frac{4a-2b}{5b}+\frac{5a-3x}{9x}-\frac{a^2-bx}{2ax}-\frac{2a}{b}$;

36) $\frac{3a-5b}{15ab}-\frac{a-7c}{12ac}-\frac{5b-4c}{20bc}+\frac{3}{4a}+\frac{3}{5b}+\frac{4}{3c}$.

361. 1) $\frac{1}{a-b}-\frac{1}{a+b}$; 2) $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}$; 3) $\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}$;

4) $\frac{x}{x+y}-\frac{y}{x-y}$; 5) $\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}$; 6) $\frac{x}{x+y}+\frac{x}{x-y}$;

7) $\frac{x}{2x-2y}+\frac{y}{2y-2x}$; 8) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}-\frac{a-b}{a+b}$;

9) $\frac{3a+5b}{3a-5b}-\frac{3a-5b}{3a+5b}$; 10) $\frac{z}{a+z}-\frac{a}{a-z}$;

11) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}+\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$; 12) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}-\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$;

13) $\frac{7}{a+b}-\frac{5}{a}$; 14) $\frac{8}{a-1}+\frac{7}{a}$; 15) $\frac{x}{a+1}-\frac{x}{a-1}$;

16) $\frac{2x}{a-1}-\frac{ax}{a^2-1}$; 17) $\frac{6}{x+3}-\frac{5}{3}$; 18) $\frac{3}{x-2}-\frac{2}{3x}$;

19) $\frac{5}{2(x-1)}-\frac{7}{3(x-1)}$; 20) $\frac{8}{15(x-1)}+\frac{9}{10(x+1)}$;

21) $\frac{5}{3x-9}-\frac{8}{5x-15}$; 22) $\frac{5}{4x-4}-\frac{7}{6x+6}$;

23) $\frac{x-1}{2x+2}-\frac{3x-4}{3x+3}-\frac{2x-1}{6x+6}$;

24) $\frac{2x-3}{3x-3}-\frac{3x-1}{4x+4}-\frac{x+4}{x^2-1}$;

25) $\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}+\frac{1+x^2}{1-x^2}$;

26) $\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}+\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$;

27) $\frac{3p+4q}{3p-4q}-\frac{3p-4q}{3p+4q}-\frac{48pq}{9p^2-16q^2}$;

28) $\frac{5x-2y}{5x+2y}+\frac{5x+2y}{5x-2y}+\frac{15x^2-12y^2}{25x^2-4y^2}$;

29) $\frac{5(2x-3y)}{4x-5y}-\frac{4(2x+3y)}{4x+5y}+\frac{4x^2-25xy}{16x^2-25y^2}$;

30) $\frac{2(4a-1)}{4a+1}-\frac{3(4a+1)}{4a-1}+\frac{32a^2+32a+2}{16a^2-1}$;

31) $\frac{5}{a-b}-\frac{4}{b-a}$; 32) $\frac{x}{x-y}+\frac{y}{y-x}$

361. 33) $\frac{a+b}{b-a}+\frac{b+a}{a-b}$;   34) $\frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}+\frac{x^2-xy+y^2}{y^2-x^2}$

35) $\frac{5}{2a-2b}+\frac{3}{4b-4a}-\frac{5}{a-b}$;   36) $\frac{x+y}{x-y}-\frac{y}{y-x}+\frac{x}{x-y}$;

37) $\frac{4m}{2m-3n}-\frac{5n}{3n-2m}-\frac{3m}{4m-6n}$;

38) $\frac{5p}{2p-3q}-\frac{7q}{6p-9q}+\frac{3p}{6q-4p}$;

39) $\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}-\frac{a-b}{a^2-ab+b^2}$;

40) $\frac{x}{x^2+x-6}+\frac{x}{x^2-5x+6}$;

41) $\frac{1}{x-1}-\frac{4}{1-x}-\frac{8}{1+x}+\frac{3x+7}{x^2-1}$;

42) $\frac{8}{2x-3}+\frac{3}{3-2x}-\frac{3x+8}{2x^2-x-3}$.

43) $\frac{a}{a-b}+\frac{b^2}{a^2+ab+b^2}-\frac{ab(a+2b)}{a^3-b^3}$

44) $\frac{1}{x+y}+\frac{x-y}{x^2-xy+y^2}-\frac{x(x-y)}{x^3+y^3}$;

45) $\frac{a}{a-b}-\frac{ab(4a-b)}{a^3-b^3}+\frac{b^2}{a^2+ab+b^2}$;

46) $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)}+\frac{b+c}{(a-c)(b-a)}-\frac{a+c}{(a-b)(c-b)}$;

47) $\frac{1}{(m-n)(n-p)}+\frac{1}{(p-n)(n-q)}+\frac{1}{(q-n)(n-m)}$.

48) $\frac{1}{(x-y)(y-z)}-\frac{1}{(z-y)(z-x)}+\frac{1}{(y-x)(x-z)}$;

49) $\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}+4$,

50) $\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}+\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}-2$;

Исключение целого выражения из алгебраической дроби.

362. Проверить тожества: $\frac{a}{b}=c+\frac{a-bc}{b}$;

$$\frac{a}{b}=\frac{a+bc}{b}-c;$$

363. Разделить:

1) x^5 на x^2-x+1;   1) x^8+1 на $a-1$

и представить $\frac{x^3}{x^2-x+1}$, $\frac{x^3+1}{x-1}$ в виде суммы целого выражения и дроби с числителем, в котором степень x ниже высшей степени этой буквы в знаменателе.

364. Исключить целые выражения из дробей:

1) $\frac{x^5+x^4+x^3+x^2+x+1}{x^2-1}$; 2) $\frac{x^4+2x^2+3x+4}{x+2}$.

3) $\frac{x^7-1}{x-1}$; 4) $\frac{x^7+1}{x-1}$;

5) $\frac{x^8-x^6+x^4+x^2+x}{x^2-1}$. 6) $\frac{x^8-x^6+x^4+x^2+1}{x^2-1}$.

Уравнения.

365. Решить следующие уравнения:

1) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x=14$, 2) $\frac{1}{4}x-\frac{1}{5}x=3$;

3) $\frac{3}{5}x-\frac{5}{9}x=21$; 4) $\frac{4}{5}x+9=\frac{5}{4}x$;

5) $3\frac{1}{3}x-2\frac{1}{2}x=4\frac{1}{6}$; 6) $2\frac{1}{3}x+11=5\frac{1}{2}x$;

7) $\frac{x}{a}-\frac{x}{3a}=2$; 8) $\frac{6x}{7m}-\frac{3x}{5m}=4$;

9) $\frac{a}{x}+b=\frac{b}{x}+a$; 10) $\frac{a}{x}+\frac{x-b}{x}-\frac{a-x}{x}=1$;

11) $3\left(\frac{x}{5}-3\right)=5\left(\frac{x}{3}-5\right)$; 12) $a\left(\frac{x}{2}-5\right)-b\left(\frac{x}{5}-2\right)=0$

13) $7\left(\frac{x}{a}-1\right)=x\left(1-\frac{a}{x}\right)$; 14) $a-\frac{x}{b}=\frac{x}{a}-b$;

15) $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}=2$; 16) $m\left(\frac{x}{a}-b\right)=n\left(\frac{x}{b}-a\right)$;

17) $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}x-\frac{5}{6}x+2=\frac{5}{12}x$;

18) $\frac{1}{2}x-19+\frac{3}{4}x+18\frac{5}{6}=27\frac{2}{3}x-3\frac{7}{12}-26\frac{1}{6}x-\frac{2}{3}$;

19) $\frac{9}{x}-7\frac{1}{2}=\frac{7}{x}-\frac{2x-1}{3}+\frac{4x+1}{6}$;

20) $\frac{5x-3}{2x}-1\frac{1}{3}-\frac{1}{x}=3\frac{1}{4}-\frac{2x+1}{3x}-2\frac{1}{2}$.

§ 4. Умножение и деление дробей.

$$a\cdot\frac{m}{n}=\frac{am}{n}$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n}=\frac{am}{bn}.$$

366. В чем состоит действие, называемое **умножением на дробь**?

367. Упростить выражения.

1) $\frac{2}{5}\cdot 3$; 2) $3\cdot\frac{2}{5}$; 3) $\frac{a}{b}\cdot m$; 4) $m\cdot\frac{a}{b}$;

5) $\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{9}$; 6) $\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{7}$; 7) $\frac{a}{m}\cdot\frac{x}{y}$; 8) $\frac{x}{y}\cdot\frac{m}{a}$,

9) $\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{7}{11}\cdot\frac{9}{5}\right)$; 10) $\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{11}\right)\cdot\frac{5}{9}$;

11) $\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{p}{q}\cdot\frac{x}{y}\right)$; 12) $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{p}{q}\right)\frac{x}{y}$.

368. Сохраняют **ли** свою силу равенства:

$$ab=ba,$$

$$a\ (bc)=(ab)c=abc,$$

при дробных значениях букв и почему?

369. Доказать проверкой умножением справедливость следующих равенств:

$$\frac{a}{b}:m=\frac{a:m}{b}=\frac{a}{bm},$$

$$a:\frac{m}{p}=\left(\frac{a}{m}\right)\cdot p=\frac{ap}{m},$$

$$\frac{a}{b}:\frac{x}{y}=\frac{ay}{bx}.$$

370. Назвать числа обратные:

$\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$, 8, $\frac{1}{11}$, $-\frac{5}{6}$, $-\frac{9}{8}$

$\frac{a}{b}$, $\frac{b}{a}$, a, $\frac{1}{b}$, $-\frac{x}{y}$, $-\frac{1}{a}$.

371. Каким действием может быть заменено деление?

372. Какое число больше:

5 или $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{4}$ или $\frac{4}{3}$, a или $\frac{1}{a}$, $-x$ или $-\frac{1}{x}$?

Перемножить две дроби значит составить дробь, числитель которой есть произведение числителей данных дробей, а знаменатель есть произведение их знаменателей.

Деление на дробь может быть заменено умножением делимого на выражение, обратное делителю.

Умножение и деление.

373. Выполнить умножения:

1) $\frac{2x}{9} \cdot 3$; 2) $\frac{xy}{a} \cdot a$; 3) $4a \cdot \frac{1}{2}$; 4) $12c \cdot \frac{3}{4}$;

5) $a \cdot \frac{a}{b}$; 6) $5x \cdot \frac{a}{7x}$; 7) $a \cdot \frac{1}{ax}$, 8) $\frac{a}{x} \cdot ax$;

9) $\frac{5ax}{6by} \cdot \frac{3x}{5y}$; 10) $\frac{7}{a} \cdot \frac{5ax}{14by}$; 11) $\frac{2ab}{7cd} \cdot \frac{5cx}{6by}$; 12) $\frac{8ax}{5by} \cdot \frac{3ay}{4bx}$;

13) $\frac{7}{3}a \cdot 1\frac{1}{5}$; 14) $2\frac{1}{2}g \cdot 1\frac{3}{5}h$; 15) $\frac{8a}{15bx} \cdot 2\frac{1}{2}x$; 16) $\frac{3a}{5y} \cdot 3\frac{1}{3}xy$.

374. Произвести указанные действия:

1) $2a : \frac{1}{2}$, 2) $3x : \frac{3}{2}$; 3) $5x : 1\frac{7}{8}$; 4) $\frac{1}{2}ab : 1\frac{1}{2}$;

5) $9 : \frac{3}{a}$ 6) $a : \frac{a}{x}$ 7) $ab : \frac{a}{b}$, 8) $a^2 : \frac{a}{b}$

9) $9x : \frac{12ax}{5b}$; 10) $8a : \frac{20ab}{3x}$; 11) $15n : \frac{5nx}{3y}$; 12) $18p : \frac{9p}{5x}$,

13) $\frac{a}{x} : \frac{b}{x}$; 14) $\frac{a}{b} : \frac{a}{x}$; 15) $3\frac{3}{4}xy : 1\frac{2}{3}$; 16) $8\frac{2}{3}ay : 1\frac{2}{3}a$;

17) $\frac{3ab}{7xy} : \frac{2ab}{7by}$; 18) $\frac{ax}{by} : \frac{3ab}{5xy}$; 19) $\frac{2x}{3y} : \frac{7bx}{9ay}$; 20) $\frac{8a}{9b} : \frac{5ax}{6by}$;

21) $\frac{18mx}{5y} : 4ax$; 22) $\frac{6np}{5x} : 12py$ 23) $\frac{27pq}{10c} : 18ax$;

24) $6ba : \frac{9ax}{5m}$; 25) $4am : \frac{8mx}{3y}$; 26) $20ay : \frac{15xy}{7b}$;

27) $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} : \frac{1}{x}$; 28) $\left(\frac{3a}{5b} : \frac{4a}{7b}\right) \cdot \frac{20}{21}$; 29) $\frac{9ab}{28xy} \cdot \frac{70ax}{27by} : \frac{a^2}{y^2}$;

30) $\frac{25xy}{36ab} \cdot \frac{24b^2}{35x^2y} : \frac{1}{x}$; 31) $\left(\frac{6a^3x^7}{25b^2y^4} : \frac{4a^3x^8}{15b^2x^5}\right) \cdot \frac{5}{9}$;

32) $\frac{28a^2xy^3}{3bz^4} \cdot \frac{9b^3z}{7a^2y^3} \cdot \frac{z^4}{12x^2yb^2}$; 33) $\frac{1}{abc} \cdot \frac{a^2b^2c^2}{ayz} : \frac{abc}{xyz}$;

35) $\left(\frac{16a^2b^3c^4}{35x^3y^4z^3} \cdot \frac{5x^2yz}{8ab^5}\right) : \frac{2ac^4}{7b^2xz^3}$; 35) $\left(\frac{100a^5b^7}{9x^3y} : \frac{10a^2b^2}{27xy^3}\right) \cdot \frac{3x}{5a^3}$;

375. Произвести умножения:

1) $(3x^3 - 7x^2 + 5x)\cdot\frac{2}{x^2}$; 2) $(ax^2 + bx + c)\cdot\frac{1}{x}$;

3) $\left(\frac{2}{x^2} + \frac{1}{y} + \frac{4}{x}\right)\cdot 3x^3$; 4) $\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + 3\right)\cdot 5x^2$;

5) $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)\cdot xyz$; 6) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right)\cdot\frac{ab}{c}$;

7) $\left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b - \frac{5}{6}c\right)\cdot(-24y)$; 8) $\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b + \frac{3}{4}c\right)\cdot\left(+\frac{2}{3}x\right)$;

9) $(a - b)\cdot\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$, 10) $\left(\frac{a}{b} - 1\right)\cdot\left(1 + \frac{b}{a}\right)$;

11) $\left(\frac{x}{5} - \frac{y}{3}\right)\cdot\left(\frac{5}{x} + \frac{3}{y}\right)$; 12) $\left(\frac{x}{y} - \frac{2}{3}\right)\cdot(3x + 2y)$;

13) $\left(2a - \frac{1}{4}b\right)^2$; 14) $\left(a + \frac{1}{2}b\right)^2$;

15) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{3}{2}y\right)^2$; 16) $\left(\frac{1}{2}a - 1\right)^2$;

17) $\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}a\right)\cdot\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}a\right)$, 18) $\left(a + \frac{1}{2}\right)\cdot\left(a - \frac{1}{2}\right)$;

376. 1) $\left(\frac{28p^2q}{27xy^3} + \frac{49p^3q^2}{36x^2y^4} - \frac{7pq^3}{18x^3y^3}\right)\cdot\frac{9x^2y^3}{14p^2q^2}$;

2) $\left(\frac{33a^7b^2c}{13xy^2z^2} - \frac{44a^6b^8c^2}{65x^2y^4} + \frac{b^3c^3}{25x^5z^3}\right)\cdot - \frac{65x^2y^3z^5}{66a^4b^3c^2}$;

3) $\frac{r^2 - s^2}{p^2 - q^2}\cdot\frac{p^2 + 2pq + q^2}{r^2 - 2rs + s^2}$; 4) $\frac{a^2 - a + 1}{a^2 + a + 1}\cdot\frac{a^3 - 1}{a^3 + 1}$;

5) $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + xy + y^2}\cdot\frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3}$; 6) $\frac{a^3 - 8}{a^3 + 8}\cdot\frac{a^2 - 2a + 4}{a^2 + 2a + 4}$;

7) $\frac{a^2 + 5a + 6}{a^2 - 4}\cdot\frac{a - 2}{a + 3}$; 8) $\frac{x^2 - 11x + 30}{x + 6}\cdot\frac{x^2 - 36}{x^2 - 25}$

9) $\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 5}\cdot\frac{x^2 - 25}{x + 1}$; 10) $\frac{a^2 - a - 20}{a^2 - 25}\cdot\frac{a + 5}{(a + 4)^2}$;

11) $\frac{7x^2 - 35x + 42}{x^2 - 16}\cdot\frac{5x - 20}{3x^2 - 15x + 18}$;

12) $\frac{a^2 - 10a + 25}{3a^2 - 36a + 105}\cdot\frac{a^2 - 4}{5a^2 - 35a + 50}$;

377. 1) $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\cdot(a - b) + (a + b)\cdot\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$;

2) $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{b}\right)\cdot\left(\frac{3}{x} + \frac{5}{y}\right) - \left(\frac{5}{5x} + \frac{1}{y}\right)\cdot\left(3 - \frac{5x}{y}\right)$;

377. 3) $\frac{x^4-y^4}{x^2-xy+y^2}\cdot\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}$; 4) $\frac{a^3-ab^2}{a^2-2ac+c^2}\cdot\frac{a-c}{a^2+ab^3}$;

5) $\frac{x^6-1}{x^3}\cdot\frac{x}{x^2-1}\cdot\frac{x}{x^2-x+1}$; 6) $\frac{a^2-a+1}{a}\cdot\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a}\right)$

378. Произвести деление:

1) $\left(\frac{64ab}{5x}+\frac{40bc}{3y}-\frac{8abc}{7z}\right):8ab$

2) $\left(\frac{70x^3y^2}{3a}-\frac{21x^2y^3}{4b}+\frac{28xy^4}{5c}\right):-35xy^2$;

3) $\left(\frac{144a^5b}{5}+\frac{81a^4b^2}{4}-\frac{64a^3b^3}{3}\right):72a^3b^2$.

4) $\frac{72(x+y)^2}{x-y}:45(x^2-y^2)$; 5) $\frac{x^2-y^2}{x+y}:2(x^2-y^2)$;

6) $\frac{64(x-y)}{x+y}:-56(x^2-y^2)$; 7) $\frac{x^3+y^3}{x-y}:4(x^2-xy+y^2)$;

8) $\frac{p^3-27}{2}:-(p^2+6p+9)$; 9) $\frac{8x^3-64y^3}{x+y}:(4x^2-16^2)$;

10) $\frac{a^4-b^4}{2}:(a^2+b^2)$; 11) $\frac{x^6-y^6}{2xy}:2(x^3-y^3)$;

12) $\frac{a^6+b^6}{4}:-2(a^2+b^2)$; 13) $\frac{x^3-y^3}{8}:-\frac{1}{4}(x^2-y^2)$.

14) $\frac{104(a+b)}{8(a-b)}:\frac{64(a+b)}{45(a-b)}$; 15) $\frac{(a-b)^2}{25(a+b)}:\frac{a^2-b^2}{5(a+b)^2}$;

16) $\frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}:\frac{a-b}{a+b}$; 17) $\frac{2a(a-b)}{3b(a+b)}:\frac{8a(a^2-b^2)}{9b(a+b)^2}$;

18) $\frac{y^2+5y+4}{(x-1)^2}:\frac{y+4}{x^2-1}$; 19) $\frac{2xy+4y-3x-6}{2xy-4y+3x-6}:\frac{x+2}{4y+6}$.

20) $\frac{1}{u^2-8u+15}:\frac{1}{u^2-u-6}$

21) $\frac{4a^2+12ab+9b^2}{2a-3}:\frac{4a^2-12ab+9b^2}{8a^3-27}$;

22) $\frac{a-b}{a^2-2ab-3b^2}:\frac{a^2+2ab-3b^2}{a+b}$;

23) $\left(\frac{5x+7y}{7x-4y}-\frac{5x-7y}{7x+4y}\right):\frac{25x^2-49y^2}{49x^2-16y^2}$

379. 1) $\left(a^2-\frac{1}{b^2}\right):\left(a-\frac{1}{b}\right)$ 2) $\left(\frac{3a^2}{4b^2}-\frac{b^2}{3}\right):\left(\frac{3a}{2b}+b\right)$;

3) $\left(4x^2-\frac{1}{9b^2}\right):\left(2x-\frac{1}{3b}\right)$; 4) $\left(a^4-\frac{1}{16b^4}\right):\left(a^2-\frac{1}{4b^2}\right)$;

379. 5) $\left(a^3-\frac{1}{b^3}\right):\left(a-\frac{1}{b}\right)$; 6) $\left(\frac{9a^2}{2b}-\frac{4b^2}{3}\right):\left(\frac{3a}{2}-b\right)$;

7) $\frac{x^3-64}{x^2+64}:\frac{x-4}{x+4}$; 8) $\left(1-\frac{1-x}{1+x}\right):\left(1+\frac{1-x}{1+x}\right)$;

9) $\frac{a^3+a^2b+ab^2+b^3}{a^2+2ab+b^2}:\frac{a^4-b^4}{(a+b)^3}$;

10) $\left(\frac{a}{a-x}-\frac{a}{a+x}\right):\frac{ax}{a^2-x^2}$.

380. Вычислить значения дробей:

1) $\frac{a}{b}$; 2) $\frac{a+b}{a-b}$; 3) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$;

при

	а)	б)	в)	г)	д)	е)
$a=$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$b=$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$

381. Упростить следующие выражения.

1) $\dfrac{2+\frac{3}{5}+\frac{4}{25}}{4+\frac{8}{5}+\frac{16}{25}}$; 2) $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{4}{5}}{\frac{17}{5}-\frac{5}{4}+\frac{4}{3}}$; 3) $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}$;

4) $\dfrac{\frac{u}{v}+2}{\frac{3u}{v}-2}$; 5) $\dfrac{\frac{a}{6}+\frac{6}{a}}{\frac{a}{2}-\frac{2}{a}}$; 6) $\dfrac{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}$;

7) $\dfrac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{y^2}-\frac{1}{x^2}}$; 8) $\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}$; 9) $\dfrac{\frac{x^2}{y^2}-\frac{y^2}{x^2}}{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}$;

10) $\dfrac{\frac{1}{x^2}+\frac{2}{xy}+\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$; 11) $\dfrac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{xy}+\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}$;

12) $\dfrac{a+\frac{b}{c}}{d}$; 13) $\dfrac{a}{b-\frac{c}{d}}$; 14) $\dfrac{a+\frac{b}{c}}{a-\frac{c}{d}}$;

381. 15) $\dfrac{\dfrac{1}{a+1}+\dfrac{1}{a-1}}{\dfrac{1}{a-1}-\dfrac{1}{a+1}}$; 16) $\dfrac{\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{x-y}{x+y}}{\dfrac{x+y}{x-y}+\dfrac{x-y}{x+y}}$

§ 5. Приближенные вычисления[1].

Приближенное значение числа.

382. Относительно некоторого числа известно, что оно больше 1,4, но меньше 1,5. Какой величины не превышает ошибка, если данное число принять равным 1,4 или равным 1,5.

383. Предыдущую задачу решить для чисел, относительно которых известно:

Число больше.	Число меньше.
1) 1,7	1,8
2) 3.14	3,15
3) 2 718	2,719

384. Определить, с какой ошибкой числа 3,5 и 3.6 дают приближенное значение числа 1) 3,57 и какое из этих приближенных значений ближе к данному числу? 2) 3,54.

385. Решить предыдущую задачу для чисел:

1) 1.2 и 1,3 для числа 1,21;
2) 2,92 » 2,93 » » 2,927;
3) 5.46 » 5,47 » » 5,465;
4) 0.037 » 0,038 » » 0,0377.

386. Указать приближенные значения следующих дробей с точностью до 0,01 и выбрать из них более точные:

1) 64,87456; 2) 2,353535; 3) 0.60187187187;
4) 52,0088787; 5) 1,66666; 6) 0,571428571428;
7) 0,454545; 8) 0,545454.

Какое из приближенных значений получится, если десятичную дробь оборвать на первом, на втором и т. д. деся-

[1]) Этот § значительно переработан и нумерация не совпадает с предыдущими изданиями.

тичном знаке? Как по приближенному значению по недостатку получить приближенное значение с тою же точностью по избытку? Каким неравенствам удовлетворяют число и его приближенные значения по недостатку и по избытку?

387. Составить таблицу приближенных значений по недостатку и по избытку с точностью до 0,1, до 0,01 и т. д. для дробей:

$$1)\ \frac{2}{3},\ 2)\ \frac{5}{6},\ 3)\ \frac{6}{7},\ 4)\ \frac{22}{7},\ 5)\ \frac{223}{71},\ 6)\ \frac{336}{106},\ 7)\ \frac{355}{113}.$$

При практических вычислениях приходится в большинстве случаев пользоваться приближенными значениями чисел, а не точными. Принято приближенные значения записывать в виде десятичных дробей.

Приближенным значением числа *по недостатку* (напр., дробного числа) с точностью до единицы (до 0.1, до 0,01 и т. д.) называется наибольшее число единиц (десятых долей единицы, сотых и т. д.), которое содержится в данном числе: приближенным значением числа *по избытку* с точностью до единицы (до 0.1. до 0,01 и т. д.) называется число, превышающее приближенное значение по недостатку на единицу (соот. на 0,1, на 0.01 и т. д.). Приближенное значение числа *по недостатку* меньше этого числа, приближенное значение *по избытку* больше этого числа.

Абсолютное значение разности между числом и приближенным значением, которым заменяется число при вычислении, называется *погрешностью* приближенного значения (числа, входящего в вычисление).

Сложение и вычитание.

388. Определить предел ошибки, которая получится, если при сложении чисел:

1)	2)
64,857 894	2,689 7
2,574 39764	4,666 54
0,068 754325	0,268 9543
0,333 33	0,006 777
6,262 626	0,528 7
0,006 835	0,002 2828
0,000 235	

заменить каждое из слагаемых более близким из его приближенных значений с точностью до 0,001 и произвести сложение.

389. С какой степенью точности получится сумма, если она содержит более 10-ти слагаемых и каждое из них вычислено с точностью до 0,01, 0,001?

390. Определить предел ошибки в следующих вычитаниях, если и уменьшаемое и вычитаемое заменить их приближенными значениями (более близкими) с точностью до 0,01:

1) 2,087547 — 1,63285;
2) 16,42895 — 0,33333...;
3) 4,56534 — 2,324949...;
4) 2,6543585 — 0,0626262...;
5) 5,252525.... — 1,004856;
6) 2 — 0,03333....

391. Как велика ошибка, если вместо того, чтобы 1) складывать числа $a+\alpha$ и $b+\beta$, сложить их приближенные значения a и b? 2) вычитать $b+\beta$ из $a+\alpha$, вычесть b из a? Как велико наибольшее возможное абсолютное значение такой ошибки? Распространить полученный результат на выражение, содержащее более двух членов (слагаемых и вычитаемых).

392. С какой точностью следует взять слагаемые и вычитаемые, чтобы результат вычисления:

1) 2,75894 — 0,66666.... — 1,373737.... + 0,006485;

2) 1,6565.... — 0,77777.... + 2,57896 + 3,428957

содержал ошибку, не превышающую.

1) 0,01, 2) 0,001, 3) 0,0001?

Вычислить 1) с точностью до 0,001; с точностью до 0,01.

393. В следующих задачах удержать в наибольшем из данных чисел: 1) четыре, 2) три, 3) пять значащих цыфр, сохраняя в остальных числах лишь те цыфры, которые соответствуют удержанным цыфрам в наибольшем из чисел, и заменяя каждое из чисел его более близким приближен-

ным значением. В каждом случае указать точность результата:

1) 17,1718	2) 565,712	3) 56770,5	4) 713704
+ 14,030	+ 5,8813	+ 717,66	+ 215,56
+ 8,7140	+ 3,794	+ 3465,134	+ 43140
+ 0,14375	+ 0,1415	+ 0,143	+ 5480,5
5) 957,713	6) 1714.58	7) 0,785683	8) 577,7778
— 12,5994	— 18,74	— 0,5372853	— 0,544

Погрешность суммы или разности двух чисел не превышает суммы погрешностей данных чисел.

Умножение.

394. Сколько десятичных знаков следует удержать во множимом 0,33333333, чтобы получить произведения: 1) 0,33333333.7; 2) 0,33333333.29; 3) 0.33333333.525 с точностью до 0,01?

394а). Умножить 0,62 на 0,4; 0,628 на 0,4 и 0,6285 на 0,4. Сравнить полученные произведения и выяснить, с какой степенью точности каждое из них дает приближенное значение произведения 0,62854326. 0,4.

394б). Те же вопросы решить относительно произведений: 1) 0,62 на 0,07; 0,628 на 0,07; 0,6285 на 0,07 и 0,62854326 на 0,07. 2) 0,62 на 0,006; 0,625 на 0,006· 0,6258 на 0,006 и 0,62854326 на 0,006.

395. Сколько десятичных знаков следует удержать во множимом, чтобы произведения:

а)	б)
1) 0,82643.5	1) 2,8579643.7;
2) 0,82643.0,2	2) 2,8579643.0,6;
3) 0,82643.0,04	3) 2,8579643.0,03;
4) 0,82643.0,007.	4) 2,8579643.0,009;
	5) 2,8579643.0,0005

содержали бы ошибку, не превышающую 0,001?

Произвести эти умножения.

396. Указать наименьшую десятичную дробь с числителем 1, превышающую ошибку результата умножения:

а) 0,82643.5,247; б) 2,8579643.7,6395,

если произведения (вычисленные выше с точностью до 0,001) принять за частные произведения и сложить для получения окончательного результата.

397. С какой точностью должны быть вычислены частные произведения в умножении:

1) 64,8256803.2,68957964; 2) 2,6806459.3,2685264;

3) 3,6432654.0,666666.... 4) 0,266666.... 1.0625,

чтобы произведение содержало ошибку, не превышающую 0,01?

С какой точностью должно быть взято множимое при умножении на каждый знак множителя? На какие знаки множителя не имеет смысла умножать? Произвести умножение, заменяя сомножители их более близкими приближенными значениями.

398. Вычислить наибольшее возможное абсолютное значение ошибки, которая получится, если заменить умножение чисел $a+\alpha$ и $b+\beta$ умножением их приближенных значений a и b. Как упростится полученное выражение предела ошибки, если пренебречь произведением $\alpha\beta$ по его малости? Вычислить по составленной формуле, как велик наивысший предел ошибки при сокращенном умножении, если перемножаемые числа суть: 1) 356,8935 и 60,6459 и сомножители берутся с точностью до 0.01; 2) 8935,4478 и 69,8885 и в них удерживается по 5 значащих цыфр (с соответственным округлением последнего десятичного знака).

399. Вычислить с точностью до 0,01 произведения:

1) 0,87666666 . 2,7333333;

2) 4,277777777 . 4,285714285714;

3) 6,44444444 . 0,1285714285;

4) 3,1415929 . 2,7182818284;

5) 75,896 . 4,5389.

400. Возвести в квадрат (с точностью до 0,01):

1) 0,888886425; 2) 3,1415929; 3) 1,4142135.

Погрешность произведения двух (положительных) чисел не больше суммы погрешностей каждого из этих сомножителей, умноженных соответственно на другой сомножитель.

Деление.

401. Доказав справедливость равенства

$$\frac{a+\alpha}{b+\beta}-\frac{a}{b}=\frac{\alpha b-\beta a}{b^2+b\beta},$$

определить на основании его наибольшее возможное абсолютное значение ошибки, которую мы допускаем, заменяя частное от деления $a+\alpha$ на $b+\beta$ частным от деления a на b (если при том пренебречь произведением $b\beta$ по его малости сравнительно с b^2).

402. Определить ошибку, которую мы сделаем, если за значение частного:

1) $\frac{6}{2,52}$ примем дробь $\frac{\ }{2,5}$,

2) $\frac{3,6}{3,62}$ » » $\frac{3,6}{3,6}=1$.

3) $\frac{8}{2,57}$ » » $\frac{6}{2,6}$.

403. Показать, что если при делении 3:0,666... делитель заменить его приближенным значением

6,67, то ошибка результата будет $<0,001$,
6,667 » » » $<0,0001$

Произвести деление 3:0,666....

1) Заменяя делитель числом $6\frac{2}{3}$ (простой дробью, которая обращается в 6,666 ...)

2) » » » 6,67

3) » » » 6,667

4) » » » 6,667 и 6,666,

и сравнить полученные результаты.

404. С какой точностью следует взять делитель, чтобы ошибка частного не превышала 0,01:

а) 1) 3:66,666;	б) 1) 3:6,6666	в) 1) 23:5,65656;
2) 3:6,6666;	2) 30:6,6666;	2) 173:0,686868;
3) 3:0,6666;	3) 300:6,6666;	3) 6,45:88,888;
4) 3:0,06666:	4) 3000:6,6666:	4) 0,327:0,757575;
5) 3:0,00666;	5) 30000:6,666;	5) 0,026:0,858585.

404 а. Произвести деления, указанные в предыдущей задаче, так, чтобы ошибка результата не превышала:

1) 0,01; 2) 0,001.

С одинаковой ли точностью следует брать делитель при вычислении отдельных знаков частного? Сделать вычисление наиболее сокращенным способом. Сравнить результаты при вычислении последовательных знаков частного без сокращения делителя и при его сокращении.

405. Произвести деления:

1) 6,25:3,262626;	2) 4:0,33333;	3) 0,696919:0,55555;
4) 4,32:0,858585;	5) 25:1,4142135;	6) 2,85363:3,14139:

с точностью до 0,01.

406. В следующих делениях удержать в делимом и делителе по 4 значащих цифры, произвести действия, пользуясь всеми допустимыми сокращениями, и о ц е н и т ь ошибку результата.

1) 189,35:19,455076;	2) 39,6666...:10,90871212:
3) 7,0128:16,7484925;	4) 21,4285714:1,732050807;
5) 8,3333...:22,3606798;	6) 0,4616161...:2,4494898:
7) 99:4,9749372;	8) 18,125:12,04159495;
9) 11:4,69041576;	10) (0,2784:0,452740):0,452740.

Погрешность частного двух (положительных) чисел не больше частного от деления на квадрат делителя суммы погрешностей делимого и делителя, умноженных соответственно на делитель и делимое.

Приложения.

407. Найти решения следующих задач с тремя значащими цифрами.

Вычислить: а) площадь круга, б) длину окружности радиуса 5,13 см. ($\pi = 3,14159$), если окружность круга радиуса r равна $2\pi r$, а площадь $= \pi r^2$.

2) Зная, что объем шара радиуса r выражается формулой $v = \frac{4\pi r^3}{3}$, а поверхность — формулой $s = 4\pi r^2$, вычислить а) вес шара из пробки, радиус которого равен 2,15 м. Удельный вес пробки $\backsim$ 0,25. Имеет ли смысл в последнем случае удерживать третью значащую цифру?

б) Вычислить поверхность земного шара, полагая его радиус $\backsim$ 6370 км.

3) Вычислить радиус колеса, если длина его обода равна 4,27 м.

4) Какой путь описывает точка экватора в одну секунду при вращении земли вокруг оси? Радиус земли $\backsim$ 6370 км.

408. Плотность воды при различных температурах дана в следующей таблице?

0^0 C.	0,99988	4^0	1,00000	8^0	0,99988	14^0	0,99915
1^0	0,99993	5_0	0,99999	9^0	0,99682	20^0	0,99827
2^0	0,99997	6^0	0,99997	10^0	0,99974	25^0	0,99713
3^0	0,99999	7^0	0,99993			30^0	0,99577

Вычислить в кгр., с возможно высокой точностью, вес ведра воды при различных температурах, если 1 ведро = = 12,299 литра.

409. Скольким пудам равна метрическая тонна, если 1) 1 пуд = 16.3805 кг., 2) 1 кг. = 2,44193 фунта (с возможно более высокой точностью)? Сравнить результаты, полученные на основании тех и других данных.

410. Плотность воздуха при 0° и 760 mm. давления равна 0,001293. Вычислить с тремя значащими цифрами, чему равен вес кубической сажени воздуха, если принять за фунт веса 25 куб. дм. воды при 4°С.

§ 6. Пропорции.

Пропорция и основное свойство ее членов.

411. Написать равенство, которое получится, если обе части равенства $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ умножить на bd.

412. Заменить пропорции равенствами произведений:

1) $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$; 2) $\frac{a}{b}=\frac{x}{y}$; 3) $\frac{2a}{3b}=\frac{p}{q}$; 4) $\frac{a+b}{a-b}=\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$.

413. Проверить, пользуясь свойством произведений членов пропорции, какие из следующих равенств верны и какие нет:

1) $\frac{17}{23}=\frac{323}{437}$ 2) $\frac{13}{19}=\frac{231}{323}$; 3) $\frac{41}{31}=\frac{697}{527}$; 4) $1\frac{8}{29}=1\frac{184}{667}$;

5) $\frac{a^3-b^3}{a^3+2a^2b+ab^2+b^3}=\frac{a-b}{a+b}$; 6) $\frac{a^4-b^4}{a^4-2a^2b^2+b^4}=\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

414. В следующих пропорциях определить неизвестное x, пользуясь свойством произведений ее членов:

1) $51:15=68:x$; 2) $20:95=x:57$;

3) $x:10{,}4=115:18\frac{2}{5}$; 4) $4{,}125:x=3\frac{1}{7}:26\frac{2}{3}$;

5) $x:\frac{a}{c}=\frac{c}{d}:\frac{a}{b}$; 6) $\frac{a}{b}:x=\frac{c}{d}:\frac{b}{d}$

7) $\frac{a}{14b}:x=\frac{3c}{7b}:\frac{2c}{a}$; 8) $\frac{a+b}{a-b}:\frac{a^2-b^2}{ab}=x:\frac{(a-b)^2}{ac}$.

415. Найти четвертое пропорциональное к

1) 3, 4, 6; 2) 6, 21, 22; 3) 2, $4\frac{1}{7}$, $9\frac{1}{3}$;

4) $3\frac{1}{3}$, $3\frac{3}{4}$, $5\frac{1}{3}$; 5) a, b, c; 6) -6, $-13\frac{1}{[illegible]}$, 28.

416. Можно ли составить пропорции из следующих групп чисел? Если возможно, то составить:

1) 6, 8, 300, 400, 2) 16, 12, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$;

3) -5, $+17$ $+20$, -64: 4) $-0{,}9$, $0{,}02$, $\frac{1}{9}$, -5;

5) a; a^2, $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a^2}$; 6) x, y, $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$;

7) $x+y$, $x-y$, x^2-y^2, 1.

417. Какая пропорция получится делением обеих частей равенства $x.y=z.v$ на $y.z$?

418. По данным равным произведениям составить пропорции:

1) $4.12=6.8$; 2) $9.8=3.24$;

3) $a_1.a_2=a_3.a_4$; 4) $\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{c}=\frac{a}{p}\cdot\frac{p}{c}$.

419. Составить всевозможные пропорции из чисел, входящих в следующие равенства:

1) $18.10=20.9$; 2) $x.y=z.v$.

420. Какие другие пропорции можно получить из:

1) $3:4=15:20$; 2) $a:b=c:d$.

Во всех случаях сделать проверку, пользуясь произведениями крайних и средних членов.

421. Дана пропорция $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

Показать, что в этом случае будут также справедливы пропорции:

1) $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$; 2) $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$;

3) $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$; 4) $\frac{ma+nc}{mb+nd}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

В каких иных видах можно записать пропорции: 1), 2), 3), 4)?

422. Если $\frac{A}{m}=\frac{B}{n}=\frac{C}{p}$, то $\frac{Ax+By+Cz}{mx+ny+pz}=\frac{A}{m}=\frac{B}{n}=\frac{C}{p}$.

Проверить справедливость этих равенств при

	A	B	C	m	n	p
1)	8	12	30	4	6	15
2)	100	10	1	5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{20}$

Проверить справедливость написанной **производной** пропорции при помощи свойства произведений ее членов.

423. Пользуясь составлением производных пропорций, определить неизвестный член x в следующих пропорциях:

1) $(9+x):x=4:1$, 2) $(10-x):x=4:1$,

3) $(15+x):x=4:1$, 4) $(a+x):x=(a+1):1$,

5) $(b+x):x=a:b$, 6) $(a-x):x=a:b$.

Знаменатель пропорции и коэффициент пропорциональности.

424. Если $a:b=c:d$, то число t, определяемое из уравнений $a=tc$ и $b=td$, называется **коэффициентом пропорциональности.**

Определить коэффициент пропорциональности в следующих пропорциях;

1) $10:12=5:6$, 2) $12:16=3:4$, 3) $2:3=2a:3a$.

425. В следующих пропорциях определить коэффициент пропорциональности, а затем и x:

1) $2:5=4:x$, 2) $a:b=a^2:x$; 3) $a:b=1:x$; 4) $m:n=x:n^2$; 5) $m:2n=x:n^2$; 6) $5:m=x:5m$; 7) $a^2:b^2=1:x$; 8) $a^2:b^2=x:1$.

426. Доказать справедливость производных пропорций, данных в задаче 421, вводя в вычисление коэффициент пропорциональности.

427. Число q, определяемое из уравнений $a=qb$ и $c=qd$, называется знаменателем пропорции. Вводя в вычисление знаменатель пропорции, доказать справедливость производственных пропорций задач 421 и 422.

428. Если $a:b=c:d$, то можно положить $a=\frac{s}{d}$. Тогда и $b=\frac{s}{c}$. Доказать это. Какое значение имеет s в следующих пропорциях:

1) $10:12=5:6$; 2) $12:16=3:4$; 3) $2:3=2a:3a$.

Среднее арифметическое и среднее геометрическое.

429. Составить всевозможные пропорции из чисел:

1) 6, 6, 4, 9; 2) 10, 10, 25, 4.

430. Составить всевозможные пропорции из a, b, c, если:

1) $a^2 = bc$; 2) $b^2 = ac$.

431. Решить пропорции:

1) $\frac{x}{7} = \frac{7}{98}$; 2) $\frac{5}{95} = \frac{95}{x}$; 3) $\frac{x}{p} = \frac{p}{q}$; 4) $\frac{k}{l} = \frac{l}{y}$;

5) $\frac{25}{x} = \frac{x}{4}$; 6) $\frac{y}{16} = \frac{4}{y}$; 7) $\frac{0{,}25}{x} = \frac{x}{4}$; 8) $\frac{0{,}125}{x} = \frac{x}{0{,}5}$;

9) $\frac{a^2}{x} = \frac{x}{b^2}$; 10) $\frac{ac^2}{y} = \frac{y}{a}$; 11) $\frac{a}{p^2 + 2pq + q^2} = \frac{1}{x}$;

12) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{\text{[illegible]}} = \frac{x}{a^2 - 2ab + b^2}$.

432. Подыскать целое число, ближе всего удовлетворяющее следующим **непрерывным** пропорциям:

1) $\frac{2}{x} = \frac{x}{5}$; 2) $\frac{20}{x} = \frac{x}{3}$; 3) $\frac{60}{x} = \frac{x}{40}$; 4) $\frac{80}{x} = \frac{x}{30}$.

433. Составить среднее арифметическое и среднее геометрическое чисел a^2 и b^2.

Проверить, что среднее арифметическое этих чисел больше их среднего геометрического при

	1	2	3
a	5	10	1
b	7	3	9

434. Проверить тождество

$$\frac{a^2 + b^2}{2} - ab = \frac{(a - b)^2}{2};$$

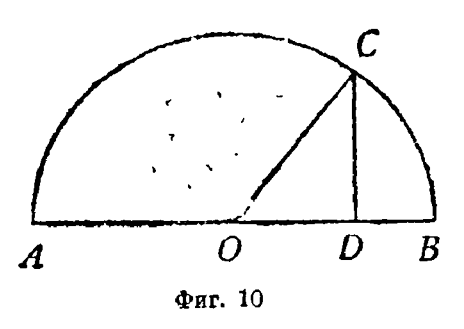
показать на основании его, что среднее арифметическое чисел a^2 и b^2 больше их среднего геометрического.

В каком случае среднее арифметическое двух чисел может оказаться равным их среднему геометрическому?

435. Проверить измерением на чертеже, что перпендикуляр CD есть среднее геометрическое между отрезками диаметра AD и BD.

На том же чертеже показать, что среднее арифметическое больше среднего геометрического.

436. Среднее арифметическое двух чисел, находящихся в отношении 9:25, равно 170. Найти среднее геометрическое между ними.



Фиг. 10

437. Найти среднее арифметическое и среднее геометрическое между $(a+b)^2$ и $(a-b)^2$.

438. В 1910 году число жителей в городах Вятской губернии (губернском и уездных) было:

В Вятке	28700
„ Глазове	3800
„ Елабуге	10200
„ Котельниче	4400
„ Малмыже	3500
„ Нолинске	5000
„ Орлове	3500
„ Сарапуле	21800
„ Слободском	10800
„ Уржуме	4800
„ Яранске	5190

Определить среднюю населенность уездных городов Вятской губернии, 1) включая в их число и губернский город; 2) исключив губернский город.

На сколько населенность каждого города отклоняется от средней населенности в первом случае и во втором случае? Составить таблицу этих отклонений.

Почему средняя населенность, вычисленная в первом случае, выше вычисленной во втором?

Применения теории пропорций.

439. 1) Серебряный рубль содержит 4 золотника 21 долю чистого металла. Количество металла в сплаве, из которого чеканится полноценная серебрянная монета, относится к количеству лигатуры, как 9 : 1. Определить вес рубля.

2) Полтинник весит 225 долей; австрийская монета «крона» (39 коп.) вдвое легче. Русская полноценная серебряная монета чеканится из серебра 900 пробы (900 на 1000), а австрийская из серебра 835 пробы. Определить количество чистого металла в полтиннике и кроне и сравнить отношение количеств чистого металла в этих монетах с отношением их ценностей.

3) Три купца сложились торговать: первый положил 1400 руб., другой 1500 руб., третий 1600 руб., коими приторговали они 3600 руб.; спрашивается, сколько которому из приторгу достанется?

(Из «Курса чистой математики» Ефима Войтяховского 1811 г.)

440. 1) Как изменяется произведение двух чисел, если один из сомножителей сохраняет постоянное значение, а другой а) увеличивается, б) уменьшается в 2, 3, 4... и т. д. раз?

2) Как изменяется один из сомножителей, если произведение сохраняет свое значение, а другой сомножитель а) увеличивается, б) уменьшается в 2, 3, 4, 5... и т. д. раз?

3) Как могут изменяться произведение и каждый из сомножителей при неизменном значении другого сомножителя? Как могут изменяться сомножители, произведение которых остается постоянным?

441. 1) Как изменяется частное, если делитель сохраняет постоянное значение, а делимое а) увеличивается, б) уменьшается в 2, 3, 4, 5... и т. д. раз? Как изменяется частное, если делимое сохраняет постоянное значение, а делитель а) увеличивается, б) уменьшается в 2, 3, 4, 5... и т. д. раз? Как должно изменяться делимое, чтобы част-

ное оставалось неизменным при а) увеличении б) уменьшении делителя в 2, 3, 4, 5 . и т. д. раз?

441. 2) Указать, какому из данных в делении частное оказывается **прямо** и какому **обратно пропорциональным** (при неизменном значении другого данного): какими величинами оказываются делимое и делитель (при своем изменении), если частное остается неизменным?

3) Указать в каких из следующих формул и какая пара входящих букв представляет значение а) **пропорциональных величин**, б) **обратно пропорциональных величин**, в) не представляет значений ни прямо пропорциональных, ни обратно пропорциональных величин (при неизменных значениях остальных букв).

1) $z = xy$; 2) $z = x + y$; 3) $z = x + ky$;

4) $z = k(1 + t)$; 5) $z = \frac{x}{y}$; 6) $z = x - y$.

442. 1) С капитала в a рублей при определенной процентной таксе получается b рублей процентных денег за некоторый промежуток времени. Сколько процентных денег при тех же условиях даст капитал в c рублей? Решить задачу в общем виде и вычислить результат, полагая

	a	b	c
1)	500	25	3750
2)	2375	23,75	6000
3)	325	13	1625

2) Число рублей процентных денег, с капитала в k рублей, отданного в рост по p% (простых) на n лет, выражается формулой

$$z = \frac{kpn}{100}$$

Пользуясь этой формулой, составить выражение каждой из величин k, p и n, считая остальные данными, и указать в каждой из формул, каким величинам k, p и n прямо пропорциональны и каким обратно пропорциональны.

442. 3) Два капитала, один из которых помещен на $1^3/_4$ года по $5^1/_2$%, а другой на 1 г. 10 мес. по $5^1/_4$%. Оба принесли в указанное время одинаковую прибыль. В каком отношении находятся капиталы?

4) Некоторый капитал, будучи отдан по 4,6% в некоторый промежуток времени, принес 414 р. прибыли; равный ему капитал, будучи отдан по $5^1/_2$%, в другой промежуток времени принес 346 р. процентных денег. В каком отношении находятся времена обращения капиталов?

4а) В двух паровозных депо находится одинаковое число испорченных паровозов. Первое депо за некоторый промежуток времени выпустило 23 исправленных паровоза, что составило 4.6% имевшихся в этом депо паровозов. Из второго депо в другой промежуток времени было выпущено 18 паровозов, что составило $5^1/_2$%. В каком отношении находятся сроки исполнения работы при одинаковой производительности обоих депо?

5) Когда пуд муки продается по 85 коп., тогда пятикопеечные хлебы бывают весом в 1 фунт 44 зол., а если пуд муки продаваться будет по 1 руб. 20 коп., то какого веса должны быть те хлебы? (Войтяховский.)

Сколько должен весить пятикопеечный хлеб (по расчету Войтяховского), если пуд муки стоит 2 руб. 55 коп. 4 руб. 20 коп.; 40.000 р.

443. 1) Большие стороны двух равновеликих прямоугольников относятся, как 57 : 76. Как относятся меньшие стороны?

2) Отрезок длиною в 80 сантим. внутренним образом разделен в отношении: a) 11 : 5; b) 12 . 13; c) 5 : 7; d) 7 : 8; e) $m : n$. Как велика каждая из частей?

Разделить в том же отношении отрезок a.

3) Отрезок длиною в 1 метр разделить пропорционально числам: a) 3 : 8 : 9, b) 5 : 6 : 13, c) $u : v : w$.

4) Длина тени, отбрасываемой вертикальным шестом высотою в h метров, равна a метр.; длина тени, отбрасываемой деревом, равна b метр. Определить высоту дерева, если

длина тени прямо пропорциональна высоте предмета, бросающего тень.

143. 5) Парижская башня Эйфеля, имеющая высоту $h = 300$ метр., на рисунке изображена высотой в 30 сантиметров; на том же рисунке пирамида Хеопса (в Египте) имеет высоту 4,5 сантиметра. Вычислить по этим данным действительную высоту пирамиды Хеопса и указать, в каком масштабе выполнен рисунок.

6) Какой высоты на рисунке предыдущей задачи должен оказаться Казбек, если его действительная высота равна 5000 метр.?

7) При съемке плана имения расстояние от точки A до точки B, равное 15 верстам, изображено отрезком в 3 дюйма длины. Отрезком какой длины следует изобразить на плане расстояние между точками C и D, равное 12 верстам?

8) Прямоугольный участок земли изображен на плане в масштабе 1 : 500. Чему равна площадь участка, если бо́льшая сторона прямоугольника на плане = 25 см., а отношение сторон равно $\frac{3}{5}$?

9) Прямоугольный участок земли изображен на плане в масштабе 1 : 250. Чему равна площадь участка, если диагональ прямоугольника на плане равна 3 соткам, а сторона—2,4 соткам (сотка = 0,01 сажени)?

ОТДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ.

ПЯТАЯ ГЛАВА.

Уравнения первой степени.

§ 1. Уравнения первой степени с одним неизвестным.

444. 1) $x+3=7$;
2) $x-3=8$;
3) $4=9-x$;
4) $5x-3=17$;
5) $2x+7=13$;
6) $20-y=13$;
7) $9x=27$;
8) $5x+7x=36$;
9) $5x+36-20x=16$;
10) $18x-3-15x+2=2$;
11) $4z-5-8z=-1$;
12) $2z+11=z+18$;
13) $14u+12=100-30u$;
14) $10x-73=2x-3$;
15) $15z+5=30z-40$;
16) $12x-74=115-15x$;
17) $7z-38=2z+12$;
18) $19-x=100-10x$;
19) $31-7x=41-8x$;
20) $7x-7=17-x$;
21) $5x-16=19-2x$;
22) $31=111-x-7x$;
23) $9x+22-2x=100-11x-42$;
24) $30x+39-35x=47-20x-8$;
25) $0=14+x-8x-3x-6x+x$;
26) $9x=7x+15+15x+8-10$;
27) $3x+42+7x+63=15x+10$;
28) $25+5x-17+7x=200-125x-50-5x$;
29) $4y+100-2y+50+y-225=0$;
30) $9x-27-8-3x+21=0$;
31) $3x+12-8x-16-9x-24=0$;
32) $7x-6+5x-4+3x-2+x=-4$;
33) $12x-10+8x-6+4x-2=0$;
34) $7-5x+10+8x-7+3x=x+10$

444. 35) $100+2x-9x+15=10-7x+5-11x+100$,

36) $5x+4-4x+5+x=1+x+3+x+5$;

37) $20x-1-10x-3-5x-5=x-3+3x-3+x-3$.

445. 1) $\frac{x}{7}=4$; 2) $\frac{1}{2x}=7$;

3) $\frac{x}{5}+8=13$; 4) $\frac{x}{3}-5=16$;

5) $x:1\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$; 6) $\frac{x}{-3\frac{1}{3}}=2\frac{1}{10}$.

7) $x:0{,}625=120$; 8) $x:0{,}175=4{,}44$;

9) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=5$; 10) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}x$;

11) $28{,}3-8x=2{,}7$; 12) $1\frac{1}{2}+x=2\frac{2}{3}$;

13) $3y-2{,}8=1{,}7$; 14) $3\frac{3}{4}=y+1\frac{1}{12}$;

15) $0{,}9y-1{,}5+1{,}2=1{,}9-0{,}1y$; 16) $0{,}3z+8=9-0{,}7z$;

17) $0{,}8x+3+1{,}7x=9+1{,}5x$; 18) $30-0{,}6x=14+0{,}4x$;

19) $73{,}4-25{,}7x=15{,}3x-8{,}6$;

20) $\frac{11}{15}x+2\frac{7}{9}+\frac{2}{185}x=74-4x$;

21) $2x-\frac{3}{5}x=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}x+2$;

22) $\frac{x}{2}-\frac{x}{3}+\frac{x}{4}-\frac{x}{6}+\frac{x}{8}+\frac{x}{12}=11$;

23) $x+x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+1=100$;

24) $x-\frac{3x}{2}+9=\frac{2x}{3}+4+\frac{5x}{6}-\frac{6x}{5}+\frac{1}{5}$;

25) $5x-2=\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}x+\frac{9}{10}x+\frac{11}{12}x+\frac{14}{15}x$;

26) $x=1+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{8}x+\frac{1}{16}x+\frac{1}{32}x$;

27) $44x-32=84+31{,}5x+4{,}2x+16{,}8$;

28) $0=0{,}75x-2x-0{,}6x+0{,}5x-9$;

29) $0{,}617x-0{,}617=12{,}34-1{,}234x$;

30) $44{,}44x=2222+222{,}2+22{,}22+2{,}222$;

31) $2{,}5x+12{,}5x=1{,}5x+37{,}14-6{,}7x$;

32) $19{,}1-2{,}4x-10{,}4=2{,}4x+3{,}9$;

446. 1) $x-(5-x)=3$; 2) $5(9x-10)=40$;

3) $6(5y-30)=5(y-1)$; 4) $17(5y+8)=3(4-19y)$;

5) $(x-3)(8-x)=(x-6)(2-x)$,

446. 6) $(y-5)(y+1)-(y-2)(y-3)=0;$

7) $3(y+2)^2+2(y+3)^2=5(y-1)^2+7(6y-1);$

8) $(x+5)^2-(x-6)^2=2(x+7)^2-2x^2+2(3x-72,5);$

9) $(x+8)^2+(x-5)^2=(x-4)^2+(x-6)^2+93;$

10) $(z+5)^2-(z-9)^2=140;$

11) $(x-3)^3+101=(x-4)^3+3(x+1)^2;$

12) $(y-2)^3+(y-3)^3+(y-4)^3=3(y-2)(y-3)(y-4)+18.$

447. 1) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=2\left(x+\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right);$

2) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}=2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)+3x;$

3) $(x+0,1)^2+(x-0,1)^2-x^2=(x-0,1)(x+0,1)+x;$

4) $5=3x+\frac{2}{5}(x+3)-\frac{1}{5}(11x-37);$

5) $\frac{2}{3}(3x-5)-1=\frac{2}{5}(11-2x)+x;$

6) $3-\frac{3-7x}{10}+\frac{x+1}{2}=4-\frac{7-3x}{5};$

7) $\frac{5x-6}{10}-\frac{9-10x}{14}=\frac{3x-4}{5}-\frac{3-4x}{7};$

8) $\frac{x-3}{7}-\frac{x-25}{5}=7-\frac{2+x}{4};$

9) $\frac{7x-2}{3}-\frac{4}{5}(x+3)+6=\frac{3(x+2)}{2};$

10) $\frac{5x+4}{7}-2=\frac{3x-7}{4};$ 11) $\frac{x+2}{9}-1=\frac{2x+1}{18}-\frac{x}{6};$

12) $\left(\frac{2}{3}x+10\right)^2-4=0;$ 13) $\frac{x-2}{6}-\frac{x+7}{15}=\frac{x}{4}-2;$

14) $\frac{7}{12}x+\frac{2-x}{4}-1=\frac{5x-6}{9}-\frac{1}{2};$

15) $x=\frac{x-1}{3}+\frac{2x-5}{5}-\frac{x+8}{6}+7;$

16) $\frac{x-2}{2}+\frac{x-3}{3}-\frac{x-4}{4}=\frac{x+4}{6};$

17) $\frac{5x-14}{25}-\frac{3x-5}{20}-x+9\frac{3}{5}=0.$

448. 1) $\frac{5}{x}=9;$ 2) $\frac{5}{6}=\frac{3}{4}:x;$ 3) $\frac{15}{x}+7,5=15;$

4) $15:(-x)=3;$ 5) $\frac{2}{x+5}=\frac{1}{3};$ 6) $\frac{10}{x-2}=2;$

448. 7) $\frac{2}{x-3}=\frac{3}{x-2};$ 8) $\frac{1}{x-1}=\frac{2}{x+1};$

9) $\frac{1}{2x+5}=\frac{1}{8x+3};$ 10) $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{7(x+1)}=\frac{2}{x+9};$

11) $\frac{x}{x-5}=\frac{x-2}{x-6};$ 12) $\frac{x+1}{x-1}=\frac{x-5}{x-3};$

13) $\frac{z+3}{z-3}=\frac{5}{2};$ 14) $\frac{x+3}{3x-1}=\frac{4}{7};$

15) $\frac{7y^2-3y-15}{9y^2+y-25}=\frac{3}{5};$ 16) $\frac{5x^2-3x+46}{2x^2+10x-4}=\frac{5}{2};$

17) $\frac{7x+26}{x+21}-\frac{17+4x}{21}=\frac{16-x}{3}+\frac{13+x}{7};$

18) $\frac{1-x}{3}+\frac{3-x}{5}=\frac{6x+5}{8x-11}-\frac{1+8x}{15};$

19) $\frac{1}{2}-\frac{7}{2(x+3)}=\frac{5}{x+3}+\frac{2}{2(x+3)};$

20) $3-\frac{1}{6(2x-5)}=\frac{1}{2(2x-5)}+\frac{7}{3(2x-5)};$

21) $1=\frac{2x+1}{3x-15}-\frac{x-11}{2x-10};$ 22) $\frac{5x-7}{4x+4}+\frac{x+3}{3x+3}=1;$

23) $\frac{3x-5}{3(x-1)}-\frac{2x-7}{2(x-1)}=\frac{19x-3}{6(x^2-1)};$

24) $\frac{5(2x^2-1)}{2x+3}-\frac{7x+2}{2x-3}=5x-11$

25) $\frac{5(2x^2+3)}{2x-1}-\frac{7x-12}{2x-7}=5x-1;$ 26) $\frac{2}{x-1}+\frac{3}{x-2}=\frac{2x}{4x-7};$

27) $\frac{4}{1-x}-\frac{21}{1+x}=\frac{33}{1-x^2};$ 28) $\frac{5-2x}{1-x}-\frac{2x-14}{x+1}=\frac{20}{x^2-1};$

29) $\frac{5}{x-3}+\frac{17x-26}{x^2-8x+15}=\frac{10}{x-5};$ 30) $\frac{10}{x+4}-\frac{5}{x-6}=\frac{4x+2}{x^2-2x-24};$

31) $\frac{7x+25}{3x+5}-\frac{2x+15}{6x-5}=2;$ 32) $\frac{x-10}{x-7}+\frac{x+3}{x-5}=2;$

33) $\frac{x-3}{x+3}=2-\frac{3x-1}{3x+1};$ 34) $\frac{8x-5}{2x+5}+\frac{3x+7}{3x+2}=5;$

35) $\frac{2x-9}{2x-5}+\frac{3x}{3x-2}=2;$ 36) $\frac{3x+1}{5x+3}+\frac{7x+3}{5x-3}=\frac{(10x-2)(5x+6)}{25x^2-9};$

37) $\frac{6x+5}{4x+3}-\frac{3x-7}{4x-3}=\frac{12x^2+30x-21}{16x^2-9}.$

449. 1) $x + a = b$; 2) $x - a = 7$;

3) $x + a - b = m$; 4) $a - x = b - 8$;

5) $a - bx = c$; 6) $ax + b = c$;

7) $5x - a = 3x + b$; 8) $a - mx + b = -c$;

9) $5mx + 2a = 7mx - 2b$; 10) $3a + 2x - 4b = 5x$;

11) $3mx - 7a - 5b = mx + 2b + 7c - 5mx$;

12) $5a - 7b + 6nx = 3a - 5b - 2c + 8nx$;

13) $a(x - b) = c$; 14) $4(x - a) = 3x + 5b$;

15) $7(a - x) = 6(b - x)$; 16) $3(4a - 3x) = 5(4b - x)$;

17) $(a - 1)x = b - x$;

18) $ab + (b + 1)x = (a + x)b + a$;

19) $mx + nx = a$; 20) $ax - b = cx - d$;

21) $a - bx = cx - d$; 22) $ax + cx = ab + bc$;

23) $ax + x = m$; 24) $ax + bx = m + x$;

25) $(a - b)x - c = d - (b - c)x$;

26) $ab - (x - c)d = c(d + x)$;

27) $(a + b)x + (a - b)x - ax = b + c$;

28) $(a + b)x - (a - b)x - bx = a + c$;

29) $(a - x)(b - x) = x^2$; 30) $(a - x)(1 - x) = x^2 - 1$;

31) $(a - x)(b + x) = a^2 - x^2$; 32) $(x - a)^2 = (x - b)^2$;

33) $\frac{x}{a} = b$; 34) $\frac{a}{x} = b$; 35) $\frac{x}{a} - b = c$;

36) $a - \frac{x}{b} = c$; 37) $\frac{a}{x} - b = c$; 38) $a - \frac{b}{x} = c$;

39) $x - \frac{x}{a} = b$; 40) $\frac{a}{x} - \frac{b}{x} = c$;

41) $\frac{x - a}{a} + b = x - 1$; 42) $\frac{a}{x} - 1 = \frac{b}{x} - 9$;

43) $\frac{a - bx}{c} + x = \frac{cx - b}{c}$; 44) $\frac{a - bx}{c} + b = \frac{bc - x}{g}$;

45) $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c$; 46) $\frac{ax}{b} - \frac{cx}{d} = m$;

47) $\frac{a - bx}{b} = \frac{ax - b}{a}$; 48) $\frac{a - x}{b} = \frac{x - b}{a}$;

49) $a - \frac{b + x}{b} = b - \frac{a + x}{a}$; 50) $\frac{x - a}{a} - m = \frac{x - b}{b} - n$;

51) $\frac{x}{a} - b = \frac{x}{b} - a$; 52) $\frac{x + a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{x - b}{a} + \frac{a}{b}$;

449. 53) $\frac{a-x}{b}=\frac{b-x}{a}$;

54) $\frac{2(a-x)}{a+x}=\frac{a+x}{a-x}-1$;

55) $\frac{1+x}{1-x}=\frac{a}{b}$; 56) $\frac{1+x}{1-x}=\frac{1}{a}$; 57) $\frac{x+1}{x-1}=m$; 58) $\frac{ax+b}{ax-b}=\frac{m}{n}$;

59) $\frac{a}{a-x}=\frac{b}{b-x}$;

60) $\frac{a+x}{a-x}=\frac{a+b}{a-b}$;

61) $\frac{x+1}{x-1}=\frac{a+b}{a-b}$;

62) $\frac{a+b}{c+x}=\frac{a-b}{c-x}$;

63) $\frac{a+bx}{a+b}=\frac{c+dx}{d+c}$;

64) $\frac{a+bx}{a-b}=\frac{c+dx}{c-d}$;

65) $\frac{a}{b+x}-m=n$;

66) $\frac{a}{b+x}-m=\frac{c}{b+x}-n$;

67) $\frac{a}{mx}+\frac{b}{nx}=c$;

68) $\frac{a-bm}{mx}-\frac{c-bn}{nx}=1$;

69) $\frac{ax}{b}-\frac{b-x}{2c}+\frac{a(b-x)}{3d}=a$;

70) $\frac{a-x}{a}+\frac{b-x}{b}+\frac{c-x}{c}=3$

71) $\frac{a}{x-b}+2=\frac{b}{b-x}$;

72) $\frac{5p}{y-5p}+\frac{10q}{5p-y}=1$;

73) $\frac{2}{z+a}+\frac{1}{z-a}=\frac{z}{z^2-a^2}$;

74) $\frac{a}{x}+2+\frac{b^2}{ax}=\frac{2b}{x}+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$

75) $\frac{x+4b}{a+b}+\frac{3(x-2a)}{a-b}=1$;

76) $\frac{a^2x}{b-c}-cd=bx+ac$;

77) $\frac{1}{ab-ax}+\frac{1}{ac-ax}=\frac{1}{bc-bx}+\frac{1}{b^2-bx}$;

78) $\frac{x}{b(a+b)}-\frac{x}{(a+b)a}=\frac{a-b}{ab}$.

Смешанные задачи.

450. 1) Решить следующие уравнения, а затем в уравнения и в выражения корней подставить вместо a и b числа от 1 до 3:

а) $ax-b=a-b$;
б) $a^2+bx=b^2-bx$;
в) $ax+b^2=bx+a^2$.

2) Из следующих уравнений определить y:

а) $a+y=x$, б) $m+ny=x$,

в) $\frac{m+ny}{r}=x$, г) $\frac{a+by}{c+dy}=x$.

450. Определить коэффициенты при x, на месте которых поставлены точки:

а) $5x - 5 = \ldots x - 3$, если $x = 2$,

б) $\frac{1}{2}x + 3 = \ldots x + 2$, если $x = 6$,

в) $\ldots x + 3 = 2x + 5$, если $d + 1$.

4) Чему равен коэффициент a в уравнении:

а) $ax - 5 = 4x - 3$, если $x = 1$?

б) $\frac{x}{a} - \frac{1}{5} = \frac{x}{16} - \frac{1}{20}$, если $x = \frac{4}{5}$?

в) $\frac{a}{x} + \frac{1}{5} = x - \frac{1}{5}$, если $x = -\frac{3}{5}$?

г) $ax - 5 = 4 - 9x$, если $x = 1$?

5) Среднее гармоническое m двух чисел a и b выражается формулой; $m = \frac{2ab}{a+b}$. Выразить a через b и m.

6) Если g есть значение стороны треугольника, а h соответствующей ей высоты, выраженных в каких-либо единицах длины, то площадь f, выраженная в соответственных квадратных единицах. определяется по формуле: $f = \frac{g.h}{2}$. Выразить: 1) g, 2) h через остальные величины.

7) Если r означаем сумму (в рублях), которую следует уплатить по счету, и со счета делается скидка в $p^0/_0$, то подлежащая уплате сумма выражается формулой: $b = r - \frac{rp}{100}$. Выразить: 1) r, 2) p через остальные величины.

8) Капитал k рублей, отданный в рост по $p^0/_0$, обращается через год в $K = k\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ рублей. Выразить: 1) k; 2) p через остальные величины.

§ 2. Задачи на составление уравнений первой степени с одним неизвестным.

451. В следующих задачах следует: 1) составить уравнение, 2) решить его, 3) проверить справедливость полученного результата.

451. Сколько следует прибавить к 0,738, чтобы получить 0,96?

2) Из какого числа следует вычесть $5\frac{1}{2}$, чтобы получить 5,5?

3) На какое число следует умножить $3\frac{1}{3}$, чтобы получить $7\frac{1}{7}$?

4) На какое число следует разделить $3\frac{1}{5}$, чтобы получить $2\frac{1}{2}$?

5) К какому числу следует прибавить b, чтобы получить a?

6) Какое число следует увеличить на m, чтобы в результате получить 0;

7) На сколько следует уменьшить a, чтобы получить b?

8) Во сколько раз следует уменьшить m, чтобы получить n?

9) Какое число следует вычесть из a, чтобы получить в остатке d?

10) n-ой долей какого числа является число a?

11) Найти число, которое при умножении на разность чисел p и q дает в произведении a.

12) На какое число следует разделить a, чтобы получить m?

13) Если неизвестное число умножить на 9 и прибавить к результату:

а) 2, то получится 11;
б) 3, » » 111;
в) 4, » » 1111;
. . . .
и) 9, » » 111111111.

Найти в каждом случае соответствующее число и составить таблицу решений.

451. 14) Если неизвестное число **умножить на 8 и прибавить**:

а) 2, то получится 98;

б) 3, » » 987;

в) 4, » » 9876;

. . . .

з) 8, » » 987654321.

Найти в каждом случае соответствующее число и составить таблицу решений.

15) На сколько нужно уменьшить 785 и увеличить 587, чтобы получить одинаковые числа?

16) На сколько нужно уменьшить число 8642, чтобы получить число, записанное теми же цыфрами, но в обратном порядке?

17) Найти число, если среднее арифметическое между ним и 916 равно 619.

18) Какое число больше своей четверти на 81?

19) Утроенное неизвестное число на $7\frac{1}{7}$ больше удвоенного того же числа. Найти это число.

20) Найти число, которое при увеличении на $6\frac{1}{4}$ дает тот же результат, что и при умножении на $7\frac{1}{4}$.

21) Найти число, восьмая доля которого на 3 меньше его шестой доли.

22) Если от утроенного искомого числа отнять 13, то получится столько же, сколько от прибавления 57 к его пятой доле. Найти число.

23) Найти число, сумма m-й и n-ой долей которого равна p.

24) Если к неизвестному числу прибавить число, которое в m раз его больше, то получится a. Определить число.

25) Если к неизвестному числу прибавить его $\frac{1}{l}$ долю, то получится m. Найти число.

26) Найти число, которое на 48 больше себе противоположного?

451. 27) Найти число, которое меньше на 100 себе противоположного.

28) Найти число, которое равно себе противоположному.

29) Если от искомого числа отнять 5, остаток умножить на 7, к тому, что получится, прибавить 2, результат разделить на 6, к частному прибавить 4, то снова получим искомое число. Найти это число.

30) Какое число нужно прибавить к числителю и знаменателю дроби $\frac{26}{69}$, чтобы она обратилась $\frac{1}{2}$?

452. Составить задачи, решение которых приводится к решению следующих уравнений:

1) $9 + x = 5$;
2) $7 - x = 3$;
3) $\frac{x}{3} = 7$;
4) $9x = 11\frac{1}{4}$;
5) $3n = n - mx$;
6) $px - p = p$;
7) $ax = a$;
8) $ax = a - x$;
9) $\frac{x+1}{x+2} = \frac{2}{3}$;
10) $\frac{x+m}{x-m} = p$;
11) $\frac{51}{5-x} - 3 = 14$;
12) $\frac{a}{x} + b = \frac{b}{x} + a$;
13) $\frac{m}{x} - n = m + n$,
14) $pqx = p + q$.

453. 1) Какое число нужно прибавить к каждому члену пропорции $3:6 = 4:8$, чтобы снова получить пропорцию?

2) По скольку следует прибавить к 3 и 5, чтобы полученные числа относились между собой, как $8:11$?

3) Какое число следует прибавить к числителю дроби $\frac{7}{44}$, чтобы она обратилась в $\frac{3}{4}$?

4) По скольку нужно прибавить к a и b, чтобы полученные суммы относились, как $c:d$?

5) Найти число, сумма цыфр которого равна 15: если же цыфры переставить, то получится число, которое на 27 больше искомого.

6) Трехзначное число, изображенное тремя последовательными цыфрами, при делении на сумму его цыфр дает в частном 26. Найти это число.

453. 7) Сколько следует вычесть из m и n, чтобы полученные числа находились в отношении $p:q$?

8) Сумма двух чисел равна 100; если большее число разделить на меньшее, то в частном будет 4 и в остатке 5. Найти оба числа.

9) Число a разделить на две части таким образом, чтобы частное от деления одной части на другую равнялось бы также a.

10) Разность между делимым и делителем равна 1401, а частное равно 40. Найти делимое и делитель.

11) Сумма делимого и частного равна 1000, а делитель равен 49. Найти делимое и частное.

12) Искателно есть число, емуже аще приложится едина треть, и от сложеннаго вычтется едина шестая часть, останется 100. (Магницкий, 1703 г.)

13) В папирусе **Ахмеса** (иначе папирусе **Ринда**), старейшем уцелевшем математическом памятнике (1700 г. до Р. Х.), имеются следующие задачи:

а) Хау (куча); ее седьмая и ее целое дают 19. (Определить хау.)

б) Хау; ее $\frac{2}{3}$, ее $\frac{1}{2}$, ее $\frac{1}{7}$, целое дают 33. (Определить хау.)

454. 1) Троим братьям вместе 96 лет; средний вдвое старше младшего, а старшему столько лет, сколько среднему и младшему вместе. Найти лета каждого.

2) В трех кусках полотна 180 аршин; притом известно, что во втором куске вдвое больше аршин, чем в первом, а в третьем втрое больше, чем во втором. Сколько аршин в каждом куске?

3) A, B и C должны поделить между собой некоторую сумму денег. A получает $\frac{1}{5}$ этой суммы и 190 руб., B — $\frac{1}{4}$ суммы и 170 р., C — $\frac{1}{3}$ суммы и 160 рублей. Как велика сумма, подлежащая разделу и сколько получит каждый?

4) Запас крупы в 7350 пудов должен быть поделен в 1919 г. между четырьмя распределителями. Второй должен получить

в 2 раза больше первого, за вычетом 1500 п., третий в 2 раза больше второго, за вычетом 2000 п., четвертый в 2 раза больше третьего, за вычетом 2500 п. Сколько получит каждый?

454. 5) Четыре сельских общества *A*, *B*, *C* и *D* разделили 4500 десятин леса следующим образом: *A* взяло 500 десятин, *B*—столько, сколько *A* и *C* вместе, а *D* третью часть того, что досталось *B* и *C*. Сколько десятин леса получили *B*, *C* и *D*?

6) Трем братьям в 1915 году достался в наследство капитал в 12000 р. с тем, чтобы они разделили его в отношении, обратном отношению их возрастов. Сколько следует получить каждому, если старшему брату 30 лет, среднему—24, а младшему—20?

7) Виноторговец смешал 6 ведер вина, ценою по 5 рублей ведро, с вином в $3\frac{1}{2}$ рубля ведро. Оставив одно ведро для себя, он продал остальное количество смеси по $4\frac{3}{4}$ рубля ведро, при чем получил на всю смесь 37 рублей прибыли. Сколько взято им было при составлении смеси вина низшего сорта?

8) Некто имеет 3000 бутылок 70 градусного спирта. Сколько он должен добавить воды, чтобы получить спирт в 60 градусов?

9) Некто имеет 600 литров спирта в 60 градусов. Сколько спирта в 95° он должен сюда добавить, чтобы получить спирт в 80°?

10) Некто должен получить 1000 литров 80-градусного спирта. Для этого он смешивает спирт в 77° и 87°. Сколько он должен взять спирта каждого сорта?

11) Сколько лигатуры следует добавить к 200 золотникам серебра 84-й пробы, чтобы получить серебро 56-й пробы?

12) Золотых дел мастер желает сделать сплав серебра 84 й пробы. Сколько он должен для этого взять серебра 85 й пробы и 80-й, чтобы получить слиток в 1 пуд?

454. 13) 20 человек нечто работали 8 дней, потом, приняв к себе в товарищи еще 5 чел., вообще то дело довершили в 13 дн., за которую работу получили $381\frac{1}{4}$ руб.; спраш., сколько из сих денег достанется первым и сколько последним работникам? (Войтяховский.)

14) Три наследника раздели(ли) между собою имение: первому досталась $\frac{1}{3}$ всего имения; второму $\frac{1}{7}$ часть, третьему $\frac{2}{9}$ всего имения, а оставшиеся затем 342 рубля отданы на содержание бедных; спрашивается, сколько которому досталось и сколько всего имения было? (Войтях.)

15) Число строк на странице на 15 больше, чем число букв в каждой строке. Если уменьшить число букв в строке на 3 буквы, и потом отнять 5 целых строк, то число всех букв уменьшится на 270. Сколько строк в странице и сколько букв в строке?

455[1]. 1) Издатель имеет валового дохода 375282 рубля. На какую сумму он сдал книг книгопродавцам, если с номинальной цены книги он делал им $33\frac{1}{3}$% скидки?

2) Неизвестный капитал, отданный в рост по 4%, чрез 3 месяца обратился в 86961 рубль. Найти этот капитал.

3) По скольку процентов должно отдать в рост капитал, чтобы он чрез год обратился в сумму, относящуюся к нему, как 13:12?

4) На сколько времени нужно отдать в рост по 10% капитал, чтобы он увеличился в $1\frac{3}{5}$ раза?

---

[1]) **Примечание.** Задачи № 455, с 1 по 17, относятся ко времени до октябрьского переворота 1917 года.

455. 5) Некто отдал $\frac{1}{6}$ часть своего капитала по 8%, четверть капитала по 10%, а остальную часть по 4%. Через 5 лет капитал его обратился в 6280 р. Найти первоначальный капитал.

6) Некто, разделив свой капитал на две части в отношении $2:3$, отдал первую часть в рост по 5%, а вторую по 8%. Чрез $4\frac{1}{2}$ года капитал его обратился в 3265 рублей. Найти первоначальный капитал и каждую его часть.

7) Чайный торговец купил 10 цыбиков чаю и остаток от початого цыбика в 20 фунтов за 1470 рублей. Продавая затем чай по 192 рубля цыбик, он получил на товаре $33\frac{1}{3}\%$ прибыли. Сколько фунтов чаю было в каждом цыбике?

8) Капитал был отдан в рост по $4\frac{1}{2}\%$ и через 3 года обратился в 13620 рублей. Каков был основной капитал?

9) A хотел купить у B участок земли. B потребовал определенную сумму, которую A должен был уплатить через 8 месяцев. Вместо этого A уплатил немедленно 81750 рублей. Сколько запросил B, если он соглашался на отсрочку из $4\frac{1}{2}$ процентов годовых?

10) Некто отдал капитал по 4%. Вследствие уменьшения процентной таксы до $3\frac{1}{2}\%$, он потерял в течение года 75 рублей. Как велик был помещенный им капитал?

1) Капитал a рублей через n лет обратился в b рублей. По скольку $\%$ он был отдан?

12) Капитал a рублей, отданный в рост по $p\%$, обратился в b рублей. На сколько времени был отдан капитал?

13) Некто должен через m месяцев уплатить a рублей. Как велик будет наличный расчет, если сделать с суммы, подлежащей уплате, скидку в $p\%$ за месяц?

14) Купец наживает на товаре 32%, продавая 1 фунт этого товара за 1 р. 98 к. Сколько $\%$ наживет или потеряет купец, если он будет продавать товар по 1 р. 20 к. фунт?

455. 15) Продавая 1 фунт товара по рублю, купец наживает на этом товаре 25%. Почем он должен продавать 1 фунт, если желает нажить 30%?

16) Продавая 1 фунт товару по a рублей, купец наживает на нем p%. Сколько % прибыли он получит, если будет продавать фунт товару по b рублей?

17) Книгопродавец покупает книгу со скидкой 40% с обложки. Какую скидку с обложки он должен делать, чтобы иметь 50% прибыли?

18) Отделом снабжения Наркомпроса отправлена в школу 2-ой ступени партия книг. Школа, оставив у себя 75%, вернула в отдел снабжения остальные 60 книг. Сколько книг было послано отделом снабжения?

19) Столовая в течение года может увеличить число выдаваемых обедов на 20%. Определить, сколько она могла выдать обедов при открытии, если через четыре месяца она уже выдавала 400 обедов?

20) На сколько % следует увеличить длину балки, чтобы новая ее длина относилась к прежней, как 5 : 3.

21) Население города в течение года увеличивается на 7%. За какой промежуток времени оно возрастет в $2\frac{1}{2}$ раза?

22) Производительность завода № 1, вырабатывающего [illegible] часть продукта, потребного для выдачи населению, возрастает на 4% в год; производительность завода № 2, дающего четвертую часть продукта,—на 5%, а завода № 3, дающего остальную часть,—на 2%. По истечении 5 лет работы в кладовых завода оказался запас в 22140 пудов. Как велик был запас при начале работы?

23) На рабочий факультет принята группа слушателей, разбитых на два отделения—*A* и *B*, при чем число слушателей в *A* относится к числу слушателей в *B*, как 3 : 2. Ежегодно из первой группы выбывает $6\frac{1}{4}\%$, а из второй—$8\frac{1}{3}\%$. Как велика была поступившая группа, если через 2 года окончило 48 человек?

24) Разделить 5660 на пять частей так, чтобы II была больше I вдвое и еще на 200, III втрое больше I за вы-

четом 400, IV равна полусумме II и III части и еще 150 и, наконец, V часть равна четверти суммы остальных четырех и еще 475.

455. 25) В трехзначном числе цифра десятков вдвое больше цифры сотен, цифра единиц в свою очередь вдвое больше цифры сотен: если к искомому числу прибавить 297, то получится число, записанное теми же цифрами в обратном порядке. Определить неизвестное число.

26) Для освещения детского дома имеется некоторое количество электрических лампочек. Если в каждую комнату поместить по 7 лампочек, то в запасе останется 5 лампочек, если же в каждую комнату провести по 8 лампочек, то не хватит 5. Сколько было выдано лампочек?

27) В цейхгаузе остались две катушки с телефонным кабелем: на 1-й—3 версты, на 2-й—две. Если от первой катушки отнять вдвое меньше, чем от второй, то на первой останется в три раза больше, чем на второй. Сколько кабеля осталось на той и другой катушке?

Задачи геометрического содержания.

456. 1) Отрезок длиною в 4,8 см. разделить: 1) внутренним и 2) внешним образом в отношении 3:5.

2) Какой угол: 1) вдвое больше своего смежного; 2) в *n* раз больше; 3) составляет $\frac{1}{2}$ своего смежного?

3) В равнобедренном треугольнике угол при вершине: 1) вдвое больше; 2) в *n* раз больше каждого из углов при основании. Определить углы треугольника.

4) В равнобедренном треугольнике: 1) боковая сторона вдвое больше основания. Определить стороны, если периметр равен 25 дюймам.

5) В равнобедренном треугольнике отношение боковой стороны к основанию равно $\frac{4}{1}$. Периметр равен 45 см. Определить стороны.

6) Какой многоугольник имеет диагоналей: 1) вдвое больше. 2) вдвое меньше, чем сторон?

456. 7) В каком выпуклом многоугольнике сумма углов равна $10d$?

8) Площадь прямоугольника равна 36 кв. см. Одна из сторон его равна 1, 2, 3... до 12 см. Каковы соответственные значения другой стороны?

9) В трапеции: разность верхнего и нижнего оснований равна 3 см. Вычислить основания, если высота трапеции равна 6 см., а площадь — 96 кв. см.

10) В трапеции отношение оснований равно $\frac{3}{5}$. Вычислить основание, если высота трапеции 6 см., а площадь 192 кв. см.

11) Один катет в треугольнике равен 18 м., а другой на 6 м. меньше гипотенузы. Вычислить стороны треугольника. (Теорема Пифагора.)

Задачи на движение.

457. 1) Скорости, выраженные в сантиметрах в секунду, выразить в километрах в час (и в верстах в час с двумя значащими цифрами); 1 клм. $= \frac{15}{16}$ версты).

а) Пешеход	100
б) Лошадь рысью	350
в) Легкий ветер	400
г) Лошадь галопом	450
д) Океанский пароход	1.000
е) Скаковая лошадь	1.700
ж) Пассажирский поезд, Почтовый голубь	1.800
з) Аэроплан Райта	1.330
и) Автомобиль	4.700
к) Звук	33.000
л) Ружейная пуля	43.000

2) Скорости, выраженные в следующей таблице в километрах в час, выразить в сантиметрах в секунду:

а) Пешеход	от 4 до 5 клм. в час.
б) Пассажирский поезд	„ 30 „ 40 „ „ „
в) Скорый поезд	„ 60 „ 90 „ „ „
г) Паровоз при пробе	205 „ „ „
д) Наибольшая скорость автомобиля	220 „ „ „

457. 3) Зазор на стыках рельсов служит причиной стука колеса в такт ходу поезда. Пассажир в одну минуту насчитывает 92 удара; какова скорость поезда, выраженная в верстах в час, если длина рельса равна 4 саж.?

4) Двое знакомых живут на расстоянии 25 верст и идут друг к другу навстречу; первый проходит в 1 час $3\frac{1}{2}$ версты, а второй — 4 версты. Через сколько часов они встретятся, если они вышли одновременно?

5) *A* и *B* находятся на расстоянии 12 километров один от другого и идут в одном и том же направлении. *A* проходит в час 5 километров, *B* — $3\frac{1}{2}$ клм. Через сколько времени *A* догонит *B*?

6) *A* и *B* находятся на расстоянии 36 верст друг от друга и едут на велосипедах навстречу один другому. Сколько должен проехать каждый из них до встречи, если они выезжают в одно время и скорости их относятся, как 5 : 7?

7) Верховой отправляется из некоторого пункта и проезжает в каждые 3 часа 28 кмл. Час спустя, ему вслед отправляется другой и делает в 2 часа 20 клм. Когда и где догонит второй первого?

8) Определить расстояние между двумя городами, если замечено, что переднее колесо повозки, имеющее в окружности 3 арш. 6 верш., сделало на этом расстоянии 2900 оборотами более заднего, имеющего в окружности 4 арш. 8 вершк.

9) По наклонной плоскости катятся два шара: один из них имеет *a* футов, а другой—*b* футов в окружности. Определить длину наклонной плоскости, если первый шар сделал на ней *c* оборотами больше второго?

10) Из Москвы отправился в Смоленск товарный поезд, проезжающий средним числом по 16 верст в час; спустя 8 часов, из Смоленска в Москву отправился пассажирский поезд, проезжающий по 28 верст в час. На каком расстоянии от Москвы оба поезда встретятся, если известно, что от Москвы до Смоленска 392 версты?

457. 11) Пассажирский поезд идет со скоростью 40 верст в час, а товарный со скоростью 14 верст в час. Какой длины товарный поезд, если пассажир, смотревший в окно, заметил, что встречный товарный поезд шел мимо него 10 сек.?

12) Пассажирский поезд шел со скоростью 36 верст в час. Пассажир, смотревший в окно, заметил, что встречный товарный поезд, длина которого 100 саж., шел мимо него 15 сек. С какой скоростью шел товарный поезд?

13) Когда бьет 6 часов, то минутная и часовая стрелки составляют прямую линию. Чрез сколько времени они будут находиться в таком же положении?

14) Когда в первом часу минутная стрелка составляет с часовою прямую линию?

15) Когда и как совпадают минутная и часовая стрелки?

16) По окружности круга навстречу двигаются две точки: одна со скоростью 10 см. в секунду, другая—8 см.; через какие промежутки происходят их встречи, если длина окружности равна 378 см.? Через какие промежутки будут происходить их встречи, если одна из точек переменит направление движения?

---

458. 1) Фабрика обслуживается 36 машинами одинаковой мощности при 10-часовом рабочем дне. Сколько машин нужно добавить, чтобы выполнить ту же работу при 9 часовом рабочем дне?

2) На фабрике, имеющей a рабочих, рабочий день уменьшается с t_1 часов до t_2 часов. Сколько следует добавить рабочих, чтобы сохранить неизменной производительность фабрики, если считать, что работоспособность рабочих в том и другом случае одинакова?

3) Вышла в поле артель косцов. Ей предстояло скосить два луга, из которых один был вдвое больше другого. Полдня вся артель косила большой луг, а на вторую половину дня артель разделилась пополам, и одна половина осталась доканчивать большой луг, а другая стала косить малый луг. К вечеру большой луг был скошен, а от малого

остался участок, который был скошен на другой день одним косцом, работавшим весь день. Сколько косцов было в артели?

Задачи, заимствованные из греческих эпиграмм, собранных Максимом Планудом (ок. 1300 г.).

459. 1) Четыре фонтана дано. Обширный дан водоем.
За сутки первый фонтан до краев его наполняет.
Два дня и две ночи второй над этим должен работать.
Третий втрое, чем первый слабей.
В четверо суток последний за ними едва поспевает.
Ответь мне, скоро ли будет он полон,
Если сразу все их открыть?

2) Надпись, которая будто бы была помещена над могилой **Диофанта** (греческий математик, который, главным образом, занимался арифметикой и теорией чисел):

«Путник, здесь прах погребен Диофанта. И числа поведать
Могут, о, чудо, тебе, сколь долог был век его жизни:
Часть шестую ее составляло прекрасное детство:
Двенадцатая часть протекла еще жизни, покрылся
Пухом тогда его подбородок, а седьмой к окончанью
Браком себя сочетал Диофант. Жизни брачной год пятый
Был осчастливлен рожденьем прекрасного первенца сына,
Коему рок половину лишь жизни прекрасной и светлой
Дал на земле по сравненью с отцом, и в печали глубокой
Старец земного удела конец восприял, переживши
Года четыре с тех пор как сына лишился; скажи мне,
Скольких лет жизни достигнув, смерть восприял Диофант».

Из Лилавати Бхаскары (из индусской арифметики; 1150 по Р. Х.)

3) Из множества чистых цветков лотоса были принесены в жертву: Шиве третья доля этого множества, Вишну — пятая и Солнцу — шестая; четвертую долю получил Бхавани, а остальные шесть цветков получил уважаемый учитель. Сколько было цветков?

Из русских рукописных сочинений по арифметике, относящихся к XVII веку (сборник Горячева-Воронца).

4) Лев съел овцу одним часом, а волк съел овцу в два часа, а пес съел овцу в три часа. Ино, хощеши ведати, сколько бы они все три—лев и волк и пес— овцу съели

вместе вдруг и сколько бы они скоро ту овцу съели — сочти ми.

Из Косса (старинное название алгебры) Кристофа Рудольфа (1553 г.).

459. 5) Пастух травит лисицу; лисица находится впереди на 60 прыжков, и в то время, как лисица делает 9 прыжков, собака делает 6 прыжков. Но 3 прыжка собаки равны 7 прыжкам лисицы. Вопрос, сколько прыжков должна сделать собака, чтобы схватить лисицу?

Из „Арифметики" Магницкого (1703).

6) Нѣкій человѣкъ наналъ работника на годъ, ѡбѣщалъ ему дати 12 рублей и кафтанъ, но той по случаю работавъ 7 мѣсяцевъ восхотѣ ѿити, и прошаше достойныя платы с кафтаномъ, онъ же даде ему по достоинству разсчетъ 5 рублей и кафтанъ, и вѣдателно есть: колика цѣны оный кафтанъ баше.

7) Единъ человѣкъ выпьетъ кадь питія в 14 дней, со женою выпьетъ тое же кадь в 10 дней, и вѣдателно есть, в колико дней жена его особно выпьетъ тое же кадь.

8) Нѣкто мужъ благоговѣинъ вниде в сиротопитательницу милостыню дати убогимъ, давъ же коеждому ихъ по три пѣназа, и усмотрѣ яко недостанетъ денегъ на три человѣка. Аще же бы далъ имъ по два пѣназа, и тогда бы осталось денегъ на четыре человѣка: и вѣдателно есть колико баше убогихъ в сиротопитательницѣ оной, такожде и денегъ колико у того мужа было, и по чему коеждому ѿ нихъ досталось;

Из „Курса чистой математики" Ефима Войтяховского (1811).

9) Одному курьеру приказано прибыть к назначенному месту в 12 дней, к которому он, прежде ехав всякие сутки по 228 верст, прибыл в 15 дней;

спрашивается, по скольку верст должен он проезжать в сутки, дабы поспеть к тому месту в назначенное время?

459. 10) Капитан на вопрос, сколько имеет в команде своей людей, ответствовал, что $\frac{2}{5}$ его команды в карауле, $\frac{2}{7}$ в работе, $\frac{1}{4}$ в лазарете да 27 человек налицо; спрашивается число людей его команды.

11) Собака усмотрела в 150 саженях зайца, который перебегает в 2 минуты по 500 сажен, а собака в 5 минут 1300 саж.; спрашивается, в какое время собака догонит зайца?

12) Некто, пришед в ряд, купил игрушек для малых ребят: за первую игрушку заплатил $\frac{1}{9}$ часть всех своих денег, за другую $\frac{3}{7}$ остатка от первой покупки, за третью игрушку заплатил $\frac{3}{5}$ остатка от второй покупки; а по приезде в дом нашел остальных в кошельке денег 1 руб. 92 коп.; спрашивается, сколько в кошельке денег было и сколько за которую игрушку денег заплачено?

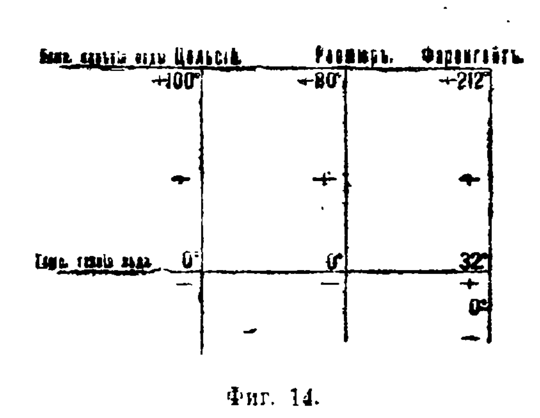
Задачи из физики.

460. 1) Размеры кирпича в дюймах выражаются приблизительно следующими числами: 10,5 дм., 5,25 дм. и 2,6 дм. Вес его приблизительно 10 фунтов. Определить удельный вес, т.-е. узнать, во сколько раз кирпич тяжелее воды (в том же объеме). Фунт воды имеет объем 25 кб. дм.

2) Ледяная глыба плавает в морской воде, при чем объем ее надводной части равен 2000 кб. метр. Как приблизительно велик объем всей глыбы и ее вес, если удельный вес морской воды считать равным 1,03, а удельный вес льда 0,9?

460. 3) Сплав серебра и олова весит 10 клг., а удельный вес этого сплава равен 9. Сколько серебра и олова содержит сплав, если удельный вес серебра равен 10,2, а олова 7,3?

4) Сравнение шкал Цельсия, Реомюра и Фаренгейта дано на приложенном чертеже. Сколько градусов показывают термометры Реомюра и Цельсия, если Фаренгейт показывает 95°?



Фиг. 14.

5) Фаренгейт считал нормальную температуру человеческого тела равной 100° по своему термометру. Сколько градусов по Цельсию составляет эта температура?

6) Какую температуру показывает термометр Фаренгейта, если сумма отсчетов по Реомюру и по Цельсию равна 27°?

7) Для какой температуры показания Фаренгейта и Реомюра отличаются лишь знаками?

8) Для какой температуры число градусов по Реомюру в четыре раза больше, чем у Фаренгейта?

9) При какой температуре число градусов Цельсия, независимо от знака, в 3 раза больше, чем показание Фаренгейта?

10) Два смежных рельса, имеющих при 0° длину в 10 метр., при 30° Цельсия сдвигаются вплотную. Как велик зазор между ними при 10°, если коэффициент линейного расширения железа равен 0,000012?

11) При прокладке железнодорожных рельсов в России между концами рельсов, длиною в 28 футов, полагается оставлять такой зазор, ширина которого при 0° равнялась бы $\frac{1}{4}$ дюйма. Коэффициент линейного расширения рельсо-

вой стали равен 0,0000108. На сколько должна подняться температура рельсов, чтобы зазор закрылся?

До каких размеров доходит ширина зазора при очень сильном морозе (40° Ц.)?

Задачи-шутки и загадки.

461 1) Указать ошибку, допущенную при выводах заключений на основании следующих равенств:

а) Имеем:

$$x^2 - x^2 = x^2 - x^2;$$

в левой части возьмем x за скобку, а правую разложим по формуле

$$(a + b).(a - b) = a^2 - b^2,$$

получаем:

$$x(x - x) = (x + x)(x - x),$$

деля обе части равенства на $x - x$, получаем неожиданный результат:

$$x = 2x.$$

б) Уравнение:

$$6x + 25 = 10x + 15$$

можно привести к виду

$$3(2x - 5) = 5(2x - 5);$$

следовательно,

$$3 = 5.$$

Как получается правильное решение непосредственно из второго уравнения?

в) Уравнение

$$\frac{x - 5}{x - 7} - 5 = \frac{4x - 40}{13 - x}$$

преобразуется следующим образом:

$$\frac{x + 5 - 5(x - 7)}{x - 7} = \frac{4x - 40}{13 - x},$$

$$\frac{-4x + 40}{x - 7} = \frac{4x - 40}{13 - x},$$

$$\frac{4x - 40}{7 - x} = \frac{4x - 40}{13 - x},$$

отсюда следует, что

$$7 = 13.$$

461. 2) Бутылка с пробкой стоит 11 коп.; бутылка стоит на 10 коп. дороже, чем пробка. Что стоит пробка и что бутылка? (Сказать решение быстро, не прибегая к вычислению.)

3) Мальчика спросили, сколько у него братьев и сестер. Он ответил: столько же братьев, сколько и сестер. Тогда спросили сестру: сколько у нее братьев и сестер. Она отвечала: у меня сестер вдвое меньше, чем братьев. Как это могло быть?

4) Женщина несла на продажу в город яйца. Первому своему покупателю она продала половину всего запаса и одно яйцо. Второму продала половину остатка и еще одно яйцо. Затем третьему—половину нового остатка и еще одно яйцо. У нее осталось 10 яиц. Сколько яиц несла она в город?

5) Офицер на вопрос, сколько у него солдат, отвечал: если из моей команды убьют половину да еще $\frac{1}{2}$ солдата, из оставшихся убьют половину да еще $\frac{1}{2}$ солдата, а из тех, кто уцелеет, еще половину да $\frac{1}{2}$ солдата, то останется всего один солдат. Сколько солдат было в команде?

§ 3. Системы уравнений первой степени с двумя и многими неизвестными.

Уравнения с двумя неизвестными.

462. 1) $x + y = 13$, $y = x - 4$; 2) $3x + 4y = 253$, $y = 5x$; 3) $9x - 4y = 98$, $x = \frac{3}{5}y$;

3а) $3y - 8x = 15$, $7x = 2y$; 4) $0{,}2x + 4x = 44$, $x = 0{,}5y$; 4а) $0{,}5x = 0{,}9y$, $18y - 3x = 28$;

5) $7x - 5y = 25$, $7x = 10x + 15$; 6) $5x + 3y = 36$, $3y = 10x - 9$; 7) $13x - 14y = 27$, $13x = 2y + 15$;

8) $8x - 9y = 1$, $3y = 4x + 1$; 9) $50x - 3y = 11$, $10x = 7y - 17$; 10) $\frac{3}{7}x - 2y = 17$, $\frac{1}{7}x = 22 + 3y$;

11) $7x + 9y = 31$, $18y = 13x + 116$; 12) $5x - 4y = 0$, $10x = 3y - 25$;

462. 13) $5y = 47 - 4x$, $10x - 2y = 16$; 14) $1\frac{1}{3}x - \frac{3}{4}y = 11$, $2\frac{3}{5}x = 3y + 3$; 15) $0{,}7x - 0{,}6y = 11$, $0{,}3y = 2x - 8{,}8$;

16) $\frac{36}{x} + \frac{25}{y} = 11$, $\frac{12}{x} = \frac{35}{y} - 5$; 17) $4x + \frac{9}{y} = 21$, $\frac{18}{y} = 17 - 3x$; 18) $5x - 4y = 6$, $8x = 7y$;

19) $7x - 3y = 27$, $5x - 6y = 0$; 20) $19x + 6y = 12$, $11x + 3y = 6$; 21) $15x - 16y = 24$, $3x = 4y$,

22) $x : y = 3 : 4$, $(x - 1) : (y + 2) = 1 : 2$; 23) $(x + y) : (y + 1) = 2 : 1$, $(x + 2) : (y - 1) = 3 : 1$;

24) $mx + ny = c$, $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$; 25) $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$, $x - y = (a - b)^2$; 26) $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$, $x - y = a^3 - b^3$.

463. 1) $x = 4y + 2$, $x = 15y - 20$; 2) $2x = 3y + a$, $2x = y + 10$; 3) $8y = 3x + 25$, $8y = x - 19$;

4) $\frac{3}{5}x = 5y - 1$, $\frac{3}{5}x = 7y - 5$; 5) $0{,}2x = 4y - 3$, $0{,}2x = 3 - 8y$, 6) $5y = 2x + 43$, $10y = x + 7$;

7) $9x = 2y + 10$, $3x = y - 1$; 8) $3x = 5y + 17$, $\frac{1}{2}x = 3y - 8$; 9) $\frac{2}{3}y = 3x - 9$, $8y = 11x + 67$;

10) $15x = 13y + 128$, $\frac{5}{6}x = 3y - 2$; 11) $\frac{4}{9}y = 2\frac{1}{2}x - 1$, $8y = 66 + 3x$; 12) $\frac{1}{2}u = 1 - v$, $\frac{1}{6}u = 3 - 4\frac{1}{4}v$;

13) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{9}y + 7$, $\frac{1}{9}x = \frac{1}{3}y - 3$; 14) $5x = 9y - 1$, $3x - 4y = 5$; 15) $10x = 7y + 30$; $12x = 36 - 5y$;

16) $12x = 16 - 9y$, $18x = 15y + 5$; 17) $0{,}1x = y - 1$, $2x = 13y + 1$; 18) $0{,}3y = 2x - 0{,}5$, $0{,}5y = 3x - 0{,}5$

19) $\frac{x}{9} = \frac{y}{5} - 1$, $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} - 2$; 20) $2{,}5y = 0{,}1x + 11{,}6$, $1{,}9y = 4{,}4 - 0{,}2x$; 21) $y = kx + b$, $y = kx + b'$.

22) $x = my + n$, $x = m'y + n'$.

464. 1) $x+y=17$, $x-y=13$; 2) $x+y=347$, $x-y=153$; 3) $x+3y=20$, $x-5y=12$;

4) $3x+y=7,3$, $2x-y=3,2$; 5) $2x-3y=1$, $2x+y=1,56$; 6) $5x+7y=1,76$, $5x-3y=0,46$;

7) $x+y=a$, $x-y=b$; 8) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y=a$, $\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y=b$; 9) $y+mx=a$, $y+nx=b$.

465. 1) $x+4y=37$, $2x+5y=53$; 2) $7x+3y=100$, $3x-y=20$; 3) $x+2y=7$, $x+4y=11$;

4) $2x+5y=1$, $6x+7y=8$; 5) $5x+6y=529$, $3x+2y=431$; 6) $24x+7y=27$, $8x-33y=115$;

7) $5x+7y=17$, $7x-5y=9$; 8) $2x+3y=41$, $3x+2y=39$; 9) $11x+12y=100$, $9x+8y=80$;

10) $18x-35y=-13$, $15x+28y=275$; 11) $3x+16y=5$, $28y-5x=19$; 12) $17x+4y=51$, $11x+16y=33$;

13) $5x+3y+2=0$, $3x+2y+1=0$; 14) $21x+8y+66=0$, $23y-28x-13=0$; 15) $x=3y-19$, $y=3x-23$;

16) $x=7y-7$, $y=5x+5$; 17) $23x+15y=4\frac{1}{4}$, $48x+45y=18$; 18) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y=6$, $3x-4y=4$;

19) $\frac{1}{7}x+\frac{1}{2}y=3$, $\frac{1}{7}x-\frac{1}{4}y=0$; 20) $\frac{1}{2}x=\frac{1}{3}y+1$, $\frac{1}{4}x-\frac{4}{5}y-10$; 21) $5x-4,9y=1$, $3x-2,9y=1$;

22) $1,5x-2y=1$, $2,5x-3y=6$.

466. 1) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}$, $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$; 2) $\frac{3}{x}+\frac{8}{y}=3$, $\frac{15}{x}-\frac{4}{y}=4$; 3) $\frac{1,6}{x}-\frac{2,7}{y}=-1$, $\frac{0,8}{x}+\frac{3,6}{y}=5$;

4) $17x-\frac{0,3}{y}=3$, $16x-\frac{0,4}{y}=1,7$; 5) $\frac{x}{3}+\frac{5}{y}=4\frac{1}{3}$, $\frac{x}{6}+\frac{10}{y}=2\frac{2}{3}$; 6) $\frac{5x}{0,7}+\frac{0,3}{y}=6$, $\frac{10x}{7}+\frac{9}{y}=31$.

467. 1) $3x - 2y - 6x + 21 = 12x - 24y - 10$
$35x - 80 - 60y + 9x - 6y = 8x - 16y;$

2) $15x + 25y - 14 = 12x + 20y + 13$
$40x + 32y - 57 = 30x + 17y + 28;$

3) $3x - 9y + 210 = 10y + 270$
$20y - (24y + 60) = 7x - (y - 34) - 9x - 72;$

4) $5x - 17 + 3y = 48 - (4x - 5) - (5y - 22)$
$7x + 19 - 5y = 7y - (17 + 8x) + 3y - 9;$

5) $10(3x - 5y) - 9(x + y) = 644;$
$5(7x - 2y) = 8(x - y + 5) + 271;$

6) $3(3x - y) - 5(x + 4y) = 12y - 400$
$4\left(x - \frac{y}{3}\right) + 7(y - 2x) = 18;$

7) $10(5x - y) = 44 + 8(6x + 7)$
$2x - 5y - 150 = 0;$

8) $17(2x - 78y) - 50 = 8x - (13y - 24x)$
$2(5y - 3x) = y - 6x;$

9) $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 12$
$\frac{4x}{7} - \frac{y}{25} = 11$

10) $\frac{9x}{14} + \frac{3y}{5} = 30$
$\frac{3x}{14} - \frac{2y}{5} = 7;$

11) $\frac{3}{7}x + \frac{4}{5}y = 14$
$\frac{4}{5}y - \frac{1}{2}x = 1;$

12) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{8}{15}$
$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{15};$

13) $\frac{3}{4x} + \frac{5}{6y} = 4$
$\frac{3}{2x} - \frac{4}{3y} = -1;$

14) $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2$
$\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 0;$

15) $\frac{18}{x} + \frac{y}{3} = 4$
$\frac{12}{x} - \frac{2b}{3} = 0;$

16) $\frac{16}{x} + \frac{y}{5} = 5$
$\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{3};$

17) $\frac{1}{3x + 1} = \frac{2}{5y + 4}$
$\frac{1}{4x - 3} = \frac{2}{7a - 6}$

18) $\frac{x - 3y}{x - y} = 3$
$\frac{7x - 13}{3y - 5} = 4;$

19) $\frac{7 - 2x}{5 - 3y} = \frac{5}{2}$
$y - x = 4;$

20) $\frac{x - 3}{y + 2} = \frac{2}{3}$
$\frac{x + 1}{y - 2} = \frac{3}{2}$

467. 21) $\dfrac{x+3y+13}{4x+5y-25}=3$

$\dfrac{8x+y+6}{5x+3y-23}=5;$

22) $\dfrac{x+2y+1}{2x-y+1}=2$

$\dfrac{3x-y+1}{x-y+2}=5;$

23) $\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{2(x-y)}{5}$

$\dfrac{x-3}{4}-\dfrac{y-3}{3}=2y-x;$

24) $\dfrac{x-1}{x+15}=\dfrac{y-6}{y+2}$

$\dfrac{x-3}{x}=\dfrac{y-4}{y-1};$

25) $\dfrac{2x+5y}{5}+12+y=-\dfrac{8x-25y}{3}$

$4x+7y=41;$

26) $(x+y-4):(2x+y+1)=1:2$

$(2x+y-9):(x+2y+7)=3:4;$

27) $(2x+y-1):(3x+2y+11)=1:2$

$(5x-3y+4):(6x-3y+3)=3:4;$

28) $(x+3)(y+5)=(x+1)(y+8)$

$(2x-3)(5y+7)=2(5y-6)(y+1);$

29) $(x-4)(y+7)=(x-3)(y+4)$

$(x+5)(y-2)=(x+2)(y-1).$

468. 1) $2x-3y=5b-a$

$3x-2y=a+5b;$

2) $2x-3y=-5a$

$3x-2y=-5b;$

3) $5x+3y=4a+b$

$3x+5y=4a-b;$

4) $7x-5y=24a$

$5x-7y=24b;$

5) $3x+2y=5a^2+ab+5b^2$

$3y+2x=5a^2-ab+5b^2;$

6) $x+2y=a$

$x-2y=b;$

7) $3x-2y=a^2+5ab+b^2$

$3y-2x=a^2-5ab+b^2;$

8) $ax+by=a^2-b^2$

$ax-by=a^2+b^2;$

9) $ax+by=2a$

$a^2x-b^2y=a^2+b^2;$

10) $ax+by=a^3+2a^2b+b^3$

$bx+ay=a^3+2ab^2+b^3;$

11) $x+y=\dfrac{2(a^2+b^2)}{a^2-b^2}$

$x-y=\dfrac{4ab}{a^2-b^2};$

12) $ax+by=2a$

$x+y=\dfrac{a^2+b^2}{ab};$

13) $ay+bx-a^2=ab+by$

$ax-by-b^2=ab-ay;$

468. 14) $px - qy = p^2 - q^2$
$qx - py = 0;$

15) $a(x - y) + b(x + y) = a^2 + b^2; \; bx = ay;$

16) $ax - by = a^2 + b^2$
$bx + ay = a^2 + b^2;$

17) $(2a + b)x - (2a - b)y = 8ab$
$(2a + b)x + (2a - b)y = 8a^2 + 2b^2;$

18) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{b};$
$x + y = \frac{a^2 + b^2}{ab};$

19) $\frac{x}{a + b} + \frac{y}{a - b} = \frac{2a^2 + 2b^2}{a^2 - b^2}$
$\frac{x}{a - b} + \frac{y}{a + b} = 2;$

20) $\frac{x}{a + b} + \frac{y}{a - b} = \frac{1}{a - b}$
$\frac{x}{a + b} - \frac{y}{a - b} = \frac{1}{a + b};$

21) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = c$
$\frac{x}{a_1} + \frac{y}{b_1} = c_1;$

22) $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = c$
$\frac{a_1}{x} + \frac{b_1}{y} = c_1;$

469. Выяснить, какие из следующих систем уравнений имеют определенные решения, какие их не имеют.

1) $x - 3y = 5$
$3x - 9y = 15;$

2) $7x - 5 = 6y + 3$
$y + 8x - 7 = x + 7y + 5;$

3) $3(x + y) = 7$
$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1;$

4) $y = 3x + 5$
$3y = 9x + 7;$

5) $x = \frac{y - 16}{3}$
$x = \frac{y + 3}{3};$

6) $y - x = 0$
$2y = 2x + 2b.$

470. Даны уравнения:

$$y + x = 0 \text{ и } \frac{x}{2} = 13 - \frac{y}{2}.$$

Ученик рассуждает так: из второго уравнения имеем

$$x = 26 - y.$$

Если подставить это выражение в первое уравнение, то получим:

$$26 = 0.$$

Следовательно, доказано, что $26 = 0$. Какая ошибка допущена при этом выводе?

471. Составить уравнения, противоречивые следующим:

1) $x = 8$; 2) $y = 5$; 3) $x - y = 5$;
4) $3x + 4y = 7$; 5) $12x - y = 8$; 6) $x : y = 2 : 3$.

472. К следующим уравнениям добавить вторые так, чтобы получаемые при этом системы оказывались неопределенными:

1) $x - y = 3$; 2) $x + y = 0$;
3) $\frac{x}{2} + \frac{3y}{4} = 6$; 4) $3x + 2y = 15$.

473. Дана система:

1) $3x + 5y = 8$
$ax + y = 9$;

2) $2x + 3y = 18$
$3x + ay = 12$;

при каком значении a система несовместна?

474. Дана система:

1) $2x - y = 3$
$ab + y = b$;

2) $5x - 3y = 1$
$ax + y = b$;

при каких значениях a и b система несовместна и при каких неопределенна?

Система уравнений с тремя и более неизвестными.

475. 1) $x - y = 37$
$x + z = 25$
$y + z = 22$;

2) $y + z = a$
$z + x = b$
$x + y = c$;

3) $2x + 3y = 12$
$3x + 2z = 11$
$3y + 4z = 10$;

4) $5x + 3y = 13$
$7x - 3z = 8$
$3y + 5z = 11$,

5) $1{,}3x - 1{,}9y = 1$
$1{,}7y - 1{,}1z = 2$
$2{,}9z - 2{,}1x = 3$,

6) $x + y + z = 109$
$3x - 2z = 4$
$5y = 4z$,

475. 7) $x+y+z=36$
$4x=3y$
$2x=3z$;

8) $x+5y-2z=5$
$7x-3y-4z=-9$
$5x-y+2z=31$;

9) $5x+6y-2z=50$
$2x-3y+z=20$
$4x-7y+4z=45$;

10) $3x+y-2z=-6$
$4x+2y+5z=33$
$5x+3y-2z=2$;

11) $9x+20y+8z=7$
$45x-30y+2z=3$
$27x+10y-4z=2$;

12) $3x-2y+4z=3$
$7x+4y-8z=7$
$5x-6y-12z=-1$;

13) $3x-4y+4z=2$
$9x-10y-8z=2$
$12x+5y-6z=13$;

14) $x+7y-3z=5$
$3x+2y-5z=0$
$2x-3y-8z=-9$;

15) $3x+8y+10z=22$
$6x+20y+3z=30$
$2x-4y-5z=-4$;

16) $8x+3y-5z=-1$
$2x-5y+9z=19$
$5x+2y+3z=18$;

17) $3y+2z-x=9$
$3x+5y-11z=5$
$10x-2y-7z=20$;

18) $7x-y-3z=10$
$5x-3y-7z=0$
$4x+2y+5z=15$;

19) $7x-4y-3z=31$
$6x-10y+5z=25$
$2x-5y+2z=0$;

20) $2x+3y+4z=49$
$4x+9y-3z=36$
$6x-5y+6z=35$;

21) $6x+7y+3z=5$
$18x+14y-5z=0$
$12x-21y-4z=-5$;

22) $5x+7y-10z=57$
$4x-3y+12z=4$
$10x-5y-8z=6$;

23) $0{,}4x+0{,}3y-0{,}2z=4$
$0{,}6x-0{,}5y+0{,}3z=5$
$0{,}3x+0{,}2y+0{,}5z=22$;

24) $0{,}3x+0{,}4y+0{,}5z=43$
$0{,}6x-0{,}8y-0{,}1z=-38$
$0{,}9x+y-1{,}1z=15$.

476. 1) $x+y-z=17$
$x+z-y=13$
$y+z-x=7$;

2) $y+z-x=a$
$z+x-y=b$
$x+y-z=c$;

3) $x+y+z=26$
$x:z=11:7$
$y:z=14:9$;

4) $ax+by+cz=r$
$x:y=m:n$
$y:z=p:q$;

5) $x+y+z=9$
$x+2y+4z=15$
$x+3y+9z=23$;

6) $x+y+z=3$
$2x+4y+8z=13$
$3x+9y+27z=34$;

7) $x+y+z=9$
$x+2y+3z=14$
$x+3y+6z=20$;

8) $2x+3y+4z=14$
$3x-2y-z=12$
$5x+4y+3z=14$;

9) $5x-y+3z=a$
$5y-z+3x=b$
$5z-x+3y=c$;

476. 10) $x + 2y - z = 4{,}6$
$y + 2z - x = 10{,}1$
$z + 2x - y = 5{,}7$;

11) $\frac{x+1}{y+1} = 2$
$\frac{y+2}{z+1} = 4$
$\frac{z+3}{x+1} = \frac{1}{2}$;

12) $\frac{x+3}{y+z} = 2$
$\frac{y+3}{x+z} = 1$
$\frac{z+3}{x+y} = \frac{1}{2}$.

477. 1) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 15$
$\frac{1}{y} - \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 7$
$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 3$;

2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 15$
$\frac{1}{y} - \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 7$
[illegible] $+ \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 6$;

3) $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 6\frac{2}{3}$
$\frac{5}{x} - \frac{3}{y} + \frac{6}{z} = 5\frac{1}{2}$
$\frac{4}{x} + \frac{5}{y} - \frac{7}{z} = 4\frac{1}{6}$;

4) $\frac{6}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 4$
$\frac{3}{x} + \frac{8}{y} + \frac{5}{z} = 4$
$\frac{9}{x} + \frac{12}{y} - \frac{10}{z} = 4$

478. 1) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$
$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$
$\frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 4$;

2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 5$
$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1$
$\frac{1}{z} - \frac{1}{y} = 2$;

3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12}$
$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{18}$
$\frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{13}{36}$

4) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{10}$
$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{5}$
$\frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{3}{10}$;

5) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7$
$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 5{,}1$
$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 2{,}1$;

6) $\frac{xy}{x+y} = \frac{12}{7}$
$\frac{xz}{x+z} = \frac{15}{8}$
$\frac{yz}{y+z} = \frac{20}{9}$;

7) $\frac{7}{2x-3y} - \frac{2}{10z-3y} + \frac{3}{3y-8z} = 8$
$\frac{2}{2x-3y} - \frac{3}{10z-3y} + \frac{1}{3y-8z} = 0$;
$\frac{5}{2x-3y} - \frac{4}{10z-3y} + \frac{7}{y-8z} = 8$;

8) $ax + by - cz = 2a$
$by + cz - ax = 2b$
$cz + ax - by = 2ac$;

9) $(a+b)x + (a-b)z = 2b$
$(b+c)y + (b-c)x = 2ac$
$(c+a)z + (c-a)y = 2ab$.

479. Выяснить, какие из следующих систем уравнений имеют определенные решения, какие их не имеют.

1) $x + y = 28$
$x + z = 30$
$2x + y + z = 58$;

2) $x + y = 33$
$y - z = 10$
$x + z = 23$;

3) $2x = 5z$
$3y = 4z$
$8x = 15y$;

4) $x = 2y$
$4y = 5z$
$2x = 7z$;

5) $x : y = 2 : 3$
$y : z = 5 : 6$
$x : z = 5 : 9$;

6) $2x + y = 7$
$2y + z = 9$
$4x - z = 1$.

480. Решить системы.

1) $x : y : z : u = 2 : 3 : 4 : 5$
$x + y + z + u = 7$;

2) $x + 2y = 5$
$y + 2z = 8$
$z + 2u = 11$
$u + 2x = 6$;

3) $x + y = m$
$y + z = n$
$z + u = p$
$u - x = b$

4) $y + z + u = a$
$z + u + x = b$
$u + x + y = c$
$x + y + z = d$;

5) $x + y - z = a$
$y + z - u = b$
$z + u - x = c$
$u + x - y = d$;

6) $x + 3y - z = 1$
$y + 3z - u = 4$
$z + 3u - x = 11$
$u + 3x - y = 2$;

7) $3x + y + z = 20$
$x + 4y + 3u = 30$
$6x + z + 3u = 40$
$8y + 3z + 5u = 50$

8) $x + 3y = 10$
$y + 3z = 8$
$z + 3u = 7$
$u + 3v = 11$
$v + 3x = 15$

9) $x + y = a$
$y + z = b$
$z + u = c$
$u + v = d$
$v + x = e$;

10) $2x + y + z = 5$
$2y + z + u = 5$
$2z + u + v = 7$
$2u + v + x = 12$
$2v + x + y = 11$;

11) $x + 2y - z = 12$
$y + 2z - u = 10$
$z + 2u - v = 8$
$u + 2v - x = 1$
$v + 2x - y = 9$;

12) $x + y + z = a$
$y + z + u = b$
$z + u + v = c$
$u + v + x = d$
$v + x + y = e$;

13) $x - y + z = a$
$y - z + u = b$
$z - u + v = c$
$u - v + x = d$
$v - x + y = e$;

14) $y + z + u + v = a$
$z + u + v + x = b$
$u + v + x + y = c$
$v + x + y + z = d$
$x + y + z + u = e$;

480. $x+y+z-u=a$ 16) $x+y+z+u+v=15$

$y+z+u-v=b$ $x+2y+4z+8u+16v=57$

$z+u+v-x=c$ $x+3y+9z+27u+81v=179$

$u+v+x-y=d$ $x+4y+16z+64u+256v=453$

$v+x+y-z=e;$ $x+5y+25z+125u+625v=975.$

§ 4. Составление систем уравнений.

481. 1) Найти два числа, сумма которых равна 175, а разность 125.

2) Полуразность двух чисел $\frac{3}{4}$, а полусумма $3\frac{1}{4}$. Найти эти числа.

3) Одно из двух чисел больше другого на 9,1. Сумма этих чисел 10,1. Найти эти числа.

4) Найти два числа, если их сумма a, а разность b.

Вычислить решения при:

	1	2	3	4	5	6	7
a	13	$+13$	8	[illegible]	$p+q$	m^2+n^2	m^2-n^2
b	5	-13	0	[illegible]	$p-q$	m^2-n^2	m^2+n^2

5) Найти два числа, если их сумма равна a, а отношение равно k. Вычислить решения при:

	1	2	3
a	25	[illegible],6	10
k	1,5	$\frac{3}{5}$	10.

6) Найти два числа, если второе число в k раз и на k единиц меньше первого.

7) Найти два числа по следующим условиям: если первое число умножить на m и к произведению приложить второе, то получится a; если второе умножить на n и к произведению приложить первое, то получится b.

8) Определить два числа по следующим данным: если первое число умножить на 5, а второе на 7, то сумма этих

произведений будет равна 100. если же первое умножить на 7, а второе на 5, то сумма полученных таким образом произведений будет 116.

481. 9) Если первое из двух искомых чисел умножить на 8, а второго на 3 и произведения сложить, то сумма будет равна 310; если же первое разделить на 8, а второе на 3, то сумма частных будет равна 10. Найти эти числа.

10) Сумма двух чисел равна 350. Если первое разделить на второе, то в частном получится 8 и в остатке тоже 8: Найти эти числа

11) Найти два числа, если их разность, сумма и произведение относятся, как 1:2:3.

12) Найти два числа, сумма которых относится к их разности, как 3:2, а к произведению, как 2:5.

13) Найти два числа, если половина первого при сложении с третью второго дает 8, а треть первого при сложении с половиной второго дает 6.

14) Если первое из двух неизвестных чисел разделить на 5, а второе на 3 и результаты сложить, то получим 5: если первое разделить на 3, а второе на 5 и результаты сложить, то получим 3. Найти числа.

15) Найти двузначное число по следующим условиям: если цыфры числа переставить и полученное таким образом число сложить с искомым, то получится 77. Если искомое число разделить на число, полученное перестановкой цыфр то и в частном и в остатке получится 2.

16) Двузначное число на 9 меньше числа, написанного теми же цифрами, но в обратном порядке. Если это число разделить на сумму его цыфр, то в частном получим 4 и в остатке 3. Найти это число.

17) Если двузначное число разделить на сумму его цыфр, то получится в частном 8 и в остатке 2. Если искомое число написать теми же цыфрами, но в обратном порядке и разделить его на сумму цыфр, увеличенную на 1, то получится в частном 2 и в остатке 6. Найти это число

18) Если в искомом двузначном числе переставить цыфры, то полученное таким образом число будет на 18 больше

искомого. Если же разделить искомое число на сумму его цифр, то в частном получим 4 и в остатке 9. Найти число.

481. 19) От деления одного числа на другое получается в частном $a+1$; если же делитель увеличим на 2, то в частном будет $a-1$. Найти делимое и делитель.

20) Если к делимому прибавим 8, а от делителя отнимем 8, то в частном получим 8; если же от делимого отнимем 8, а к делителю придадим 8, то получим в частном 7 и в остатке 88. Найти делимое и делитель.

21) Дробь обращается в $\frac{1}{3}$, если ее числитель уменьшить на 3, а знаменатель увеличить на 2. Эта же дробь принимает значение $\frac{3}{4}$, если ее числитель увеличить на 1, а знаменатель уменьшить на 1. Найти эту дробь.

22) Если к числителю искомой дроби прибавить ее знаменатель, а от знаменателя отнять числитель, то искомая дробь принимает значение 14. Если же к числителю той же дроби прибавить знаменатель, уменьшенный на 8, а от знаменателя отнять числитель, уменьшенный на 8, то значение новой дроби будет равно 2. Найти эту дробь.

23) Дробь обладает следующими свойствами: если уменьшить числитель на 4, а знаменатель увеличить на 1, то дробь примет значение $\frac{1}{2}$; если же к числителю прибавить знаменатель, а из знаменателя вычесть 5, то дробь примет значение, равное 3. Определить эту дробь.

24) Какая дробь обращается в $\frac{1}{6}$, если числитель и знаменатель ее уменьшить на 11, и в $\frac{1}{7}$, если числитель и знаменатель уменьшить на 12?

25) Дробь, обращающаяся по сокращении в $\frac{3}{4}$, получит после сокращения значение $\frac{5}{7}$, если ее числитель и знаменатель уменьшить на 6. Определить числитель и знаменатель этой дроби.

26) Если к числителю и знаменателю дроби прибавить по 3, то дробь примет значение $\frac{2}{3}$; если же из числителя

и знаменателя дроби вычесть по 5, то дробь примет значение $\frac{1}{2}$. Найти эту дробь.

481. 27) Если делимое увеличить в 4 раза, а делитель оставить без перемены, то частное увеличится на 9 единиц; если же делимое увеличить на 4 единицы, а делитель оставить без перемены, то частное будет равно 9. Найти делимое и делитель.

28) Определить два двузначных числа по следующим условиям: если первое из них написать перед вторым, то получившееся таким образом четырехзначное число будет на 9 единиц больше второго числа, увеличенного в 58 раз. Если же второе число поместить перед первым, то получается число, в 176 раз большее первого.

29) Сумма двух трехзначных чисел равна 999. Если второе из этих чисел поместить перед первым, то полученное таким образом шестизначное число будет в 6 раз больше числа, получающегося в том случае, если первое поставить перед вторым. Найти эти числа.

30) Сумма двух трехзначных чисел равна 999. Если второе из этих чисел поместить перед первым, то отношение полученного таким образом шестизначного числа к числу, получающемуся в том случае, если первое поставить перед вторым, равно 2 : 5. Найти эти числа.

31) Выражение $y = x^2 + px + q$ принимает значения

$$2 \text{ при } x = 1; \qquad 0 \text{ при } x = -1.$$

Определить коэффициенты p и q.

32) Выражение $y = ax^2 + b$ принимает значения:

$$-3 \text{ при } x = 3; \qquad +5 \text{ при } x = 1.$$

Определить a и b.

482. Составить задачи, решение которых сводилось бы к решению следующих систем уравнений:

1) $\frac{x+y}{2} = 4$ 2) $y + x = 40$

$\frac{x-y}{2} = 1;$ $y + 3x = 27.$

482. 3) $x = 3y - 2$ 4) $ax + by = c$

$x = 5y - 12$; $mx - ny = 0$;

5) $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ 6) $3x - 2y = 11$

$\frac{x+1}{y+1} = \frac{5}{7}$; $2x + 3y = 16$.

483. 1) Найти три числа по следующим условиям: сумма второго и удвоенного первого дает 75, сумма третьего и удвоенного второго дает 65, и сумма первого и удвоенного третьего—55.

2) Сумма трех чисел равна 100. Если второе из них разделить на первое, то в частном получится 5 и в остатке 1. При делении третьего на второе получается тот же самый результат. Найти эти числа.

3) Сумма трех чисел равна 200. От деления первого числа на второе получается в частном 1 и в остатке 2; от деления первого же числа на третье в частном получается 2 и в остатке 1. Определить эти три числа.

4) Разложить 300 на три слагаемых так, чтобы частные от деления первого слагаемого на 3, второго на 5 и третьего на 7 были равны между собою.

5) Определить три числа по следующим условиям. Если уменьшить первое и второе на 3, то полученные числа будут относиться, как 1 : 2; если же первое и третье уменьшить на 4, то полученные числа будут находиться в отношении 1 : 3; наконец, если второе и третье увеличить на 5, то результаты будут относиться, как 3 : 4.

6) Найти три таких числа, что если к сумме любых двух из них прибавить удвоенное третье, то получатся соответственно числа 60, 54 и 50.

7) Найти три числа, если известно, что они относятся между собой, как 2 : 3 : 4, а сумма их равна 999.

8) Разделить число a на три части так, чтобы первая относилась ко второй, как $m : n$, а вторая к третьей, как $p : q$.

483. 9) Найти три дроби, имеющие числителями 1, если известно, что сумма первых двух дробей равна $\frac{1}{12}$, сумма первой и третьей равна $\frac{1}{15}$, а сумма второй и третьей равна первой дроби.

10) Трехзначное число, сумма цыфр которого равна 15, на 99 больше числа, написанного теми же цыфрами, но в обратном порядке. Если число, обозначенное средней цыфрой, разделить на сумму двух остальных, то получится 1 в частном и 1 в остатке. Определить трехзначное число.

11) Сумма цыфр трехзначного числа равна 9; число десятков менее числа сотен и более числа единиц на одно и то же число. Если написать цыфры в обратном порядке, то новое число будет менее искомого на 396 единиц. Определить это число.

12) Найти значение коэффициентов a, b, c в выражении $y = ax^2 + bx + c$, если y принимает значения:

$$0 \text{ при } x = 1; \qquad 14 \text{ при } x = 3; \qquad 52 \text{ при } x = 5.$$

13) Найти значения коэффициентов a, b, c в выражении $y = ax^2 + bx + c$, если y обращается в

$$0 \text{ при } x = 1; \qquad 0 \text{ при } x = 2; \qquad 0 \text{ при } x = 3.$$

484. 1) Куплено 45 аршин ковра и 18 аршин клеенки за 39 рублей; в другой раз, покупая по той же цене, заплатили за 40 аршин ковра рублем дешевле, нежели за 36 аршин клеенки Что стоят аршин ковра и аршин клеенки? (по ценам 1914 г.)

2) Отцу и сыну вместе 80 лет. Четыре года тому назад отец был в 8 раз старше сына. Сколько лет каждому?

3) Отец старше сына на 36 лет. Через 5 лет отец будет в $3\frac{1}{4}$ раза старше сына. Сколько лет каждому?

4) Четыре года тому назад отец был в $5\frac{1}{2}$ раз старше своего сына; через 4 года отец будет в $3\frac{1}{2}$ раза старше его Сколько лет каждому?

484. 5) 5 лет тому назад лета двух братьев относились, как 3:2, а чрез 5 лет будут относиться, как 11:8. Сколько лет каждому из них в настоящее время?

484. 6) 7 лет тому назад сестра была вдвое старше брата, а через год она будет в полтора раза старше его. Сколько лет каждому из них теперь?

7) Одно лицо говорит другому: «Мне вдвое больше лет, чем было вам тогда, когда мне было столько лет, сколько вам теперь; когда же вам будет столько лет, сколько мне теперь, то мне недостанет 7 лет, чтобы быть вдвое старше, чем вы в настоящее время». Сколько лет каждому?

8) Чайный торговец, смешав 5 фунтов чаю низшего сорта с 11 фунтами высшего сорта, получил смесь, ценою по 1 р. 75 к. фунт; в другой раз, взяв низшего сорта 11 фунтов, а высшего 5 фунтов, получил смесь, ценою в 1 р. 45 к. фунт: Определить цену фунта каждого сорта.

9) Хозяйка послала горничную купить $2\frac{1}{2}$ десятка груш и $1\frac{1}{2}$ десятка яблок и дала на покупку 3 рубля с тем расчетом, чтобы она истратила на покупку все деньги. Но в магазине по ошибке положили $1\frac{1}{2}$ десятка груш и $2\frac{1}{2}$ десятка яблок и дали сдачи 40 коп. Что стоил десяток груш и что десяток яблок?

10) Для оклейки квартиры куплены обои двух сортов: за 17 кусков лучшего сорта заплачено на 2 р. 50 к. дороже, чем за 20 кусков худшего сорта, притом известно, что 3 куска первого сорта стоят столько же, сколько 5 кусков второго. Что стоит кусок обоев каждого сорта?

11) На странице небольшого формата помещается средним числом 1300 букв при крупном шрифте и 1850 букв при мелком шрифте. Статья в 37240 букв занимает ровно 24 страницы. Сколько страниц напечатано крупным шрифтом и сколько мелким?

12) Разносчик, купив сотню яблок и сотню груш, продал из них в первый день 84 яблока и 25 груш за 2 р. 43 к., при чем получил прибыли по $1\frac{1}{4}$ копейки на каждое яблоко и по копейке на каждую грушу. На другой день он продал остальной свой товар за 83 коп., при чем получил убытку по $\frac{1}{4}$ коп. на каждое яблоко и по копейке

на каждую грушу. Сколько он сам платил за яблоко и за грушу?

484. 13) Торговец, продав за 9 руб. 76 коп. 40 аршин коленкора и 20 аршин миткаля, получил при продаже всего этого товара 1 р. 76 к. прибыли. Сколько ему самому стоил аршин коленкора и аршин миткаля, если на коленкоре он получил 30% прибыли, а на миткале 2% убытку?

14) Торговец купил на 600 руб. 10 кусков полотна и 33 куска мадеполама, но заплатил за товар только 496 р. 50 к., так как с полотна ему сделали 20% скидки с продажной цены, а с мадеполама 15%. Определить продажную цену куска полотна и куска мадеполама.

15) Некто получает со своего капитала ежегодно 2160 р. процентных денег. Если бы процентную таксу повысили на $\frac{1}{2}$%, то он получал бы в год дохода на 240 руб. больше. Как велик капитал и по скольку % он отдан в оборот?

16) Капитал приносит ежегодно *a* рублей прибыли. Если процентную таксу повысить на *p*%, то капитал ежегодно будет давать процентных денег на *d* рублей больше. Как велик капитал и какова процентная такса?

17) Некто просит за золотые часы с цепочкою 190 р., за серебряные часы с тою же цепочкою—70 руб., а за те и другие часы без цепочки—180 руб. Что стоит каждая вещь?

18) Сумма лет трех братьев равна 60; лета среднего брата составляют среднее арифметическое между летами старшего и младшего; известно также, что 12 лет тому назад лета старшего брата равнялись сумме лет остальных двух братьев. Сколько лет каждому из них в настоящее время?

19) Москва, Вязьма и Ржев соединены друг с другом железнодорожными путями, образующими треугольник, в вершинах которого находятся эти города. Определить длины железнодорожных путей, соединяющих города друг с другом, если путь из Москвы в Вязьму через Ржев

равняется 338 верстам, из Москвы в Ржев через Вязьму — 345 и из Ржева в Вязьму через Москву—449 верстам

484. 20) Из Коврова можно проехать в Арзамас либо через Нижний-Новгород (293 версты железнодорожного пути), либо через Муром (223 версты железнодорожного пути). Определить расстояния от Коврова до Нижнего-Новгорода и до Мурома, если от Нижнего до Мурома через Ковров 286 верст и если железнодорожные пути Арзамас — Нижний и Арзамас—Муром имеют одинаковую длину.

21) На три поезда, отправлявшихся один после другого, было продано билетов от Петрограда до Ораниенбаума: на первый поезд 140 третьего класса, 70 второго и 28 первого, всего на сумму 130 руб. 90 коп.; на второй 121 третьего класса, 44 второго класса и 22 первого класса, на общую сумму 100 руб. 10 коп.: на третий 120 третьего класса, 36 второго и 12 первого на общую сумму 84 руб. Определить стоимость билета каждого класса от Петрограда до Ораниенбаума.

22) На поезд, шедший из Москвы в Петроград, было продано до Петрограда 140 билетов третьего класса, 45 второго и 15 первого на сумму 1568 руб. Что стоит билет каждого класса от Москвы до Петрограда, если стоимости билетов третьего, второго и первого классов находятся в отношении 2:3:5?

23) Торговец продал трем покупателям партию чаю, содержавшую 140 фунтов высшего сорта, 180 среднего и 200 низшего. Первый покупатель взял $\frac{1}{2}$ первого сорта, $\frac{1}{3}$ второго и $\frac{1}{4}$ третьего и заплатил 378 руб.; второй покупатель взял $\frac{1}{5}$ первого сорта, $\frac{1}{4}$ второго и половину третьего и заплатил 382 рубля. Третий взял остальное и заплатил 296 руб. Что стоит фунт каждого сорта?

Задачи с геометрическим содержанием.

485. 1) Разделить данный отрезок a на такие три части, чтобы они относились между собой, как 1:2:3.

2) Определить стороны треугольника, если суммы их по две соответственно равны 38 см., 46 см. и 42 см

485. 3) В треугольнике наибольший угол больше среднего по величине на 23⁰, а средний больше меньшого на 29⁰. Определить углы треугольника.

4) Углы треугольника относятся между собой, как $a:b:c$. Определить величину каждого из них.

5) В треугольнике один из углов равен a, разность двух других равна d. Определить эти углы.

6) Сумма внешнего угла и одного из внутренних, с ним не смежных, равна 115⁰; сумма того же внешнего и другого внутреннего, с ним не смежного, равна 125⁰. Определить эти внутренние углы и данный внешний.

7) Суммы сторон четыреугольника, взятых последовательно по три, равны соответственно 130 мтр., 135 мтр., 147 мтр. и 152 мтр. Определить длину каждой из сторон.

8) Периметр трапеции равен 41 дм. Определить стороны, если разность между параллельными сторонами равна разности между непараллельными сторонами: большая из параллельных сторон на 1 дм. меньше суммы непараллельных сторон; если сумму трех больших сторон уменьшить на 6 дм., то она окажется в 6 раз больше меньшей стороны.

Задачи на движение.

486 1) Лодка с гребцом проходит против течения 3,5 версты в час, а по течению—7 верст в час. Определить скорость лодки в стоячей воде и скорость течения.

2) Пароход проходит расстояние между Рыбинском и Ярославлем, равное 80 верстам, в 4 часа 30 мин. по течению и в 5 часов против течения. Определить скорость парохода в стоячей воде и скорость течения Волги на участке Рыбинск—Ярославль.

3) Звук выстрела из пушки имеет скорость по ветру в 344 мтр. в секунду и против ветра 320 мтр. в секунду. Как велика скорость звука и какова скорость ветра?

4) Дирижабль развивает по ветру скорость в 97200 мтр. в час, против ветра—43200 мтр. Какова скорость ветра и какова скорость самого дирижабля? (То и другое выразить в метрах в секунду.)

486. 5) Наименьшее расстояние между Землен и Венерой при их движении вокруг Солнца 41400000 клм., а наибольшее равно 257600000 клм. Как велико расстояние Земли и Венеры от Солнца, если принять, что обе планеты движутся вокруг солнца по окружностям?

6) По окружности, длина которой равна 100 мтр., движутся два тела. Они встречаются каждые 20 сек., двигаясь по одному и тому же направлению, и каждые 4 сек., двигаясь в противоположных направлениях. Какова скорость каждого тела в секунду?

7) По окружности, длина которой 999 мтр., движутся два тела по одному и тому же направлению и встречаются каждые 37 сек. Как велика скорость каждого, если скорость первого в 4 раза больше скорости второго?

8) Два путешественника идут друг другу навстречу из двух городов, находящихся на расстоянии 30 верст один от другого. Если *A* выйдет 2 часами раньше *B*, то они встретятся через $2\frac{1}{2}$ часа после выхода *B*. Если же *B* выйдет раньше на 2 часа, то они встретятся лишь через 3 часа после выхода *A*. Сколько верст проходит в час каждый из них?

9) Два тела движутся друг другу навстречу. Расстояние между ними p метров. Если первое начнет движение на d часов раньше, чем второе, то они встретятся спустя a часов после выхода второго. Если же второе начнет движение d_1 часами раньше первого, то они встретятся через a_1 часов после выхода первого. Сколько метров в час проходит каждое из этих тел?

Задачи на работу.

487. 1) Трое рабочих *A*, *B* и *C* выполнили некоторую работу. *A* и *B* могли бы кончить всю работу в 12 дней, *B* и *C* в 20 дней, *A* и *C* в 15 дней. Во сколько времени может окончить эту работу каждый из них, работая отдельно, и во сколько времени при совместной работе всех трех рабочих?

487. 2) В бассейн проведены три трубы: первая и вторая, действуя одновременно, могут его наполнить в $10\frac{2}{7}$ минуты, первая и третья в 12 минут, вторая и третья в $14\frac{2}{5}$ минуты. Во сколько времени каждая из них в отдельности может наполнить бассейн?

3) Во сколько времени три фабрики, работая одновременно, могут исполнить заказ, если первая и вторая могут исполнить его вместе в 4 месяца, первая и третья в 3 месяца, вторая и третья в 2 месяца и 12 дней?

4) Два работника, работая вместе, могут окончить известную работу в 30 дней; но они сделали только $\frac{2}{15}$ работы, потому что первый работал 10 дней, а второй 12 дней. Во сколько дней каждый из них один мог бы сделать всю работу?

5) Некоторую работу три работника выполнят, если первый будет работать 2 дня, второй 3 дня, третий 12 дней. Если первый будет работать 3 дня, второй 2 дня, третий 2 дня, то они исполнят лишь $\frac{23}{24}$ всей работы. Если же первый будет работать 1 день, второй 5 дней, третий 2 дня, то они исполнят $\frac{17}{24}$ всей работы. Во сколько времени может окончить всю работу каждый из работников в отдельности?

6) Несколько рабочих должны выполнить некоторую работу. Если бы их было одним меньше, то они кончили бы работу 3-мя днями позднее. Если же их было бы 4-мя больше, то они кончили бы работу 2-мя днями раньше. Сколько рабочих и во сколько дней они кончат работу?

7) Несколько труб одинакового диаметра наполняют бассейн водою. Если бы таких же труб было на 9 больше, то бассейн можно было бы наполнить 3-мя час. скорее. Если же их было бы 4-мя меньше, то бассейн наполнился бы 10-тью час. позднее.

Задачи, заимствованные из старых сочинений по математике, и задачи-шутки.

Из Магницкого.

488. 1) Двà человѣ́ка хотя́ше вѣ́щь нѣ́кую кꙋпи́ти, и҆з ни҆̀хже пе́рвый глаго́летъ дрꙋго́мꙋ, да́ждь мн $\frac{2}{3}$ твои́хъ де́-

негѡ иже имаши, и азъ единъ за ону вещь заплачю цѣну. А другій первому глаголетъ, даждь ты мнѣ денегъ твоихъ $\frac{3}{4}$ иже у себе нынѣ имаши, и азъ единъ за ту вещь цѣну заплачу, цѣна же вещи тоя есть 38 рублевъ, и вѣдателно есть; колико у котораго въ то время было денегъ.

488. 2) Два человѣка поидоша съ единаго мѣста окрестъ града, и единъ ѿ нихъ идяше по 4 версты на часъ, а другій по $3\frac{1}{3}$ версты, окрестъ же того града 15 верстъ, и вѣдателно есть въ колико часовъ паки сошлися, и коликожды кійждо обшелъ той градъ.

в) **Из теоретической и практической арифметики, собранной Дмитрием Аничковым (Москва, 1793).**

Молодой осел и ослица несли наполненные вином мехи: ослица, несучи мех для престарелых своих лет, столько устала, что более уже итти не могла; видя сие, молодой осел сказал ей: что ты так скоро устала, несучи меньший мех против моего; ибо есть ли я из своего меха одно ведро перелью в твой мех, то у нас будет поровну, но я сделать того не хочу; ты из своего меха перелей одно ведро в мой, то у меня будет вдвое больше твоего. Спр., по скольку ведер вина несли в своих мехах осел и ослица?

Из Войтяховского.

4) Некто продает двух коней с седлами, из коих цена одному седлу 120 руб., а другому 25 руб. Первый конь с хорошим седлом втрое дороже другого с дешевым седлом, а другой конь с хорошим седлом вдвое дешевле первого коня с дешевым седлом; спрашивается цена каждого коня.

5) Две торговки разговаривали о числе своих яиц: первая сказала другой: есть ли ты мне дашь 13 сво-

их яиц, то у меня будет вдвое больше твоего, а другая сказала первой: когда ты мне дашь 12 своих яиц, то у меня будет втрое больше твоего; спрашив., сколько у которой яиц было.

488. 6) Некто имеет 3 бочки *A*, *B* и *D*, такой мере, что ежели бочку *A* вылить в бочку *D*, то в бочке *A* останется еще $\frac{1}{5}$; есть ли же бочку *B* вылить в бочку *D*, то в *B* остается $\frac{1}{2}$, когда же бочкою *D* наполнять будешь обе бочки *A* и *B*, то войдет в них две бочки *D* и еще недостанет 9 ведер; спрашивается число ведер каждой бочки.

Задачи из физики.

489. 1) Латунь состоит из меди и цинка. Сколько содержится меди и сколько цинка в сплаве в 124 клг., если 78 клг. меди теряют в воде 10 клг., 7 клг. цинка теряют 1 клг., а 124 клг. латуни 15 клг.?

2) Сплав из свинца и цинка, весом в 149 клг., теряет в воде в своем весе 18 клг. Сколько килограммов каждого из металлов содержится в сплаве, если $11\frac{1}{3}$ клг. свинца теряют в воде 1 клг. так же, как и $6\frac{3}{4}$ клг. цинка?

3) Сплав из двух металлов теряет в воде в своем весе p клг. Сколько клг. каждого из металлов содержится в сплаве, если q клг. первого металла теряют в воде a клг., второго — b клг. и если весь сплав весит q клг.?

4) Требуется составить сплав из двух металлов. Если взять 36 гр. первого металла и второго 35,2 гр., то удельный вес сплава будет 7,91. Если взять первого металла 86,4 гр., а второго 220 гр., то удельный вес сплава окажется 8,28. Определить удельный вес каждого из металлов.

5) В двух сосудах имеется две различных жидкости. Если взять первой жидкости 10,8 гр., а второй 4,8 гр., то

удельный вес смеси будет 1,56. Если же взять жидкостей поровну, то удельный вес будет 1,44. Определить удельный вес каждой жидкости.

489. 6) Если для составления смеси взять по 50 куб. см. трех различных жидкостей, то вес смеси будет равен 175 гр. Если первой жидкости взять 20 куб. см., второй 60 куб. см., третьей 80 куб. см., то вес смеси будет равен 212 гр. Если же взять 60 куб. см. первой жидкости, 80 куб. см. второй и 20 куб. см. третьей, то вес смеси окажется в 162 гр. Определить удельный вес каждой жидкости.

7) Для сиракузского царя Герона сделана была золотая корона в 12 фунтов; государь, подозревая мастера, приказал исследовать Архимеду, не положено ли в ту корону серебра; спрашивается, сколько в той короне было серебра и золота[1]) (Войтяховский).

---

[1]) Если 12 фунтов золота теряют в воде 19 лотов, 12 фунтов серебра $28\frac{1}{2}$ лотов, а корона потеряла $21\frac{1}{4}$ лота.

ОТДЕЛ ПЯТЫЙ

ШЕСТАЯ ГЛАВА.

Таблицы и графики.

§ 1. Определение средних значений.

490. 1) При четырехкратном измерении некоторого отрезка получились следующие результаты: 65,13 мтр., 65,08 мтр., 65,21 мтр., 65,16 мтр. Как велико среднее значение результата? Как велики отклонения отдельных значений от среднего?

2) Пять лиц измеряли один и тот же отрезок при помощи линейки с делениями, при чем получили следующие результаты: 131,7 см.; 133,6 см.; 133,9 см.; 133,8 см.; 133,5 см. Как велико среднее значение? Как велики отклонения результатов отдельных измерений от среднего?

3) В третьем классе одного реального училища ученики распределялись по возрасту следующим образом:

11 лет 6 мес. 1 учен.;	12 лет 7 мес. 0 учен.;	13 лет 8 мес. 1 учен.
„ 7 „ 0 „	„ 8 „ 5 „	„ 9 „ 0 „
„ 8 „ 0 „	„ 9 „ 0 „	„ 10 „ 2 „
„ 9 „ 2 „	„ 10 „ 0 „	„ 11 „ 1 „
„ 10 „ 0 „	„ 11 „ 0 „	14 „ 0 „ 0 „
„ 11 „ 0 „	13 „ 0 „ 4 „	„ 1 „ 1 „
12 „ 0 „ 1 „	„ 1 „ 3 „	„ 2 „ 0 „
„ 1 „ 0 „	„ 2 „ 2 „	„ 3 „ 1 „
„ 2 „ 0 „	„ 3 „ 0 „	„ 4 „ 0 „
„ 3 „ 2 „	„ 4 „ 1 „	„ 5 „ 0 „
„ 4 „ 0 „	„ 5 „ 3 „	„ 6 „ 1 „
„ 5 „ 4 „	„ 6 „ 2 „	„ 7 „ 0 „
„ 6 „ 1 „	„ 7 „ 0 „	„ 8 „ 0 „

14 лет 9 мес. 0 учен.;
„ 10 „ 0 „
„ 11 „ 1 „

15 лет 0 мес. 0 учен.;
„ 1 „ 0 „
„ 2 „ 0 „

15 лет 3 мес. 0 учен.;
„ 4 „ 0 „
„ 5 „ 0 „
„ 6 „ 1 „

Вычислить: 1) средний возраст класса; 2) изобразить распределение числа учеников по возрасту, откладывая по горизонтальной прямой возраст учеников (1 месяц = 2 мм.), начиная с возраста в 11 лет 6 мес., а по вертикальным прямым число учеников, соответствующее данному возрасту; 3) пополнить это изображение: а) средним возрастом; б) возрастом, наиболее встречающимся и в) средним между крайними возрастами. 4) Как изменятся результаты 1 и 3 пунктов, если 15-летний ученик выбудет из класса?

490. 4) В гимназии была составлена таблица среднего возраста учащихся для каждого класса на 1 января каждого года с 1 января 1900 г. по 1 января 1909 г. включительно.

Год.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1900	10,4	11,4	12,9	14,0	15,1	16,3	17,5	18,8
1901	10,3	11,5	12,8	14,0	15,2	16,4	17,4	18,7
1902	10,2	11,4	12,7	13,9	15,2	16,5	17,5	18,6
1903	10,3	11,3	12,6	13,8	15,0	16,4	17,4	18,7
1904	10,4	11,5	12,5	13,9	14,9	16,2	17,5	18,6
1905	10,2	11,6	12,6	13,7	15,1	16,1	17,2	18,6
1906	10,3	11,4	12,7	13,5	14,9	16,3	17,2	18,5
1907	10,5	11,6	12,6	13,9	15,0	16,1	17,4	18,3
1908	10,1	11,7	12,8	13,7	14,7	16,2	17	18,3
1909	10,2	11,3	12,9	13,8	14,9	16	17,1	18,2

Определить с одним десятичным знаком после запятой средний возраст за 10 лет для каждого класса. Изобразить данные в таблице средние возрасты отдельных классов для каждого года при помощи отрезков.

2. Построения, употребляемые обычно для наглядного представления данных статистического характера.

Изображение сравнительных размеров величин при помощи отрезков.

491. 1) Изобразить следующую таблицу высот гор (в метрах) при помощи вертикальных отрезков:

Валдайские горы (Рвеницы)	320	Олимп	2990
Рудные горы (Кейльберг)	1240	Казбек	5040
Везувий	1300	Эльбрус	5630
Яйла (Роман-Хош)	1540	Монблан	4810
Урал (Теплос-Из)	1690	Килиманджаро	6010
Афон	1940	Эверест	8840

а) Масштаб выбрать: 100 мтр. натуры = 1 мм.; б) 100 мтр. натуры = 2 мм.; в) изобразить высоту Эвереста отрезком в 10 см.; какой длины будут отрезки, изображающие высоты остальных гор; г) изобразить высоту Валдайских гор леса отрезком в 1 см.; какой длины должны быть при этом остальные отрезки?

2) Глубина Великого океана достигает—9788 мтр., Атлантического океана—8431 мтр., Индийского океана—6205 мтр., Средиземного моря—4000 мтр., Южного Ледовитого океана—3000 мтр., Северного Ледовитого океана—3390 мтр., Северного моря—200 мтр., Балтийского моря—400 мтр., Черного моря—1870 мтр. Данные числа представить в виде вертикальных отрезков в подходящем масштабе.

4) Протяжения железнодорожных путей в различных государствах и числа верст пути, приходящиеся на 1000 кв верст данной страны, были в 1911 г. следующие:

Соединенные Штаты	370 000 вер.:	40 вер. на 1000 кв. вер.
Англия с колониями	175 000 „ :	8 „ „ „ „
Великобритания	40 000 „ ;	120 „ „ „ „
Российская империя	68 000 „ :	3 „ „ „ „
Азиатская Россия	12 000 „ :	1 „ „ „ „
Германия	60 000 „ :	120 „ „ „ „
Франция	48 000 „ :	100 „ „ „ „

Австро-Венгрия	44 000 вер.;	70	вер.	на	1000	кв.	вер.
Япония	10 000 „ ;	20	„	„	„	„	„
Бельгия	6 000 „ ;	150	„	„	„	„	„

Составить в подходящем масштабе при помощи горизонтальных отрезков сравнительную таблицу значений: 1) общего числа верст пути; 2) числа верст, приходящегося на 1000 кв. верст.

491. 4) Длина телеграфных линий (в километрах) в различных государствах выражается в следующих числах:

Австро-Венгрия .	68 360	Испания . . .	32 270	Россия . . .	180 640
Болгария	5 430	Италия . . .	47 730	Сербия . . .	3 280
Бельгия	6 630	Норвегия . .	14 770	Турция . . .	42 630
Великобритания .	86 500	Нидерланды .	6 990	Франция . . .	157 620
Греция	6 300	Португалия .	8 640	Швейцария .	9 040
Германия	143 790	Румыния . .	7 010	Швеция . . .	25 000
Дания	3 770				

Представить эти числа при помощи отрезков.

Сравнительное представление величин при помощи площадей.

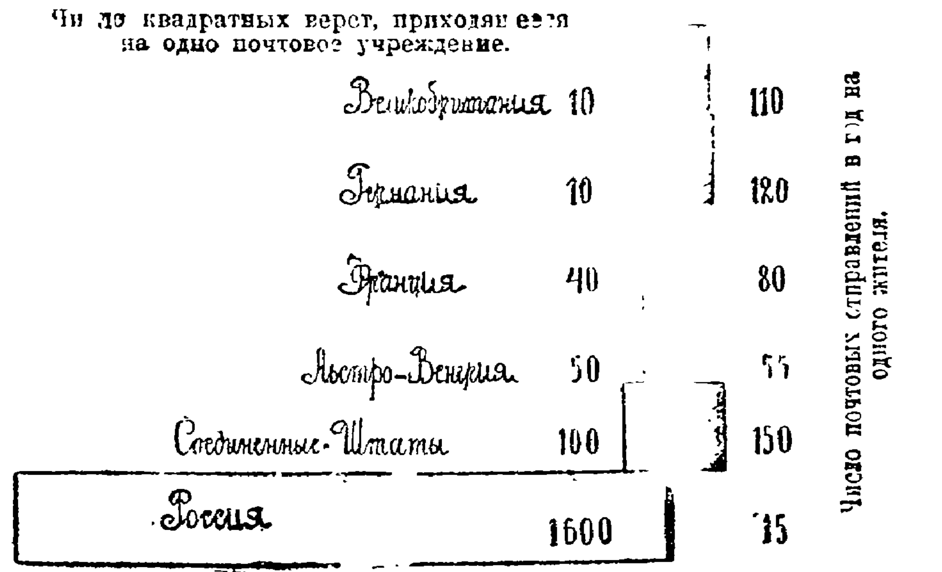
492. 1) Фигура 12 представляет диаграмму, указывающую число квадратных верст, приходящееся на одно почтовое учреждение, и число почтовых отправлений, приходящееся в год на одного жителя в различных государствах.

а) Вычертить ту же диаграмму, расположив государства в порядке, соответствующем возрастанию (убыванию) числа почтовых отправлений, приходящихся на каждого жителя.

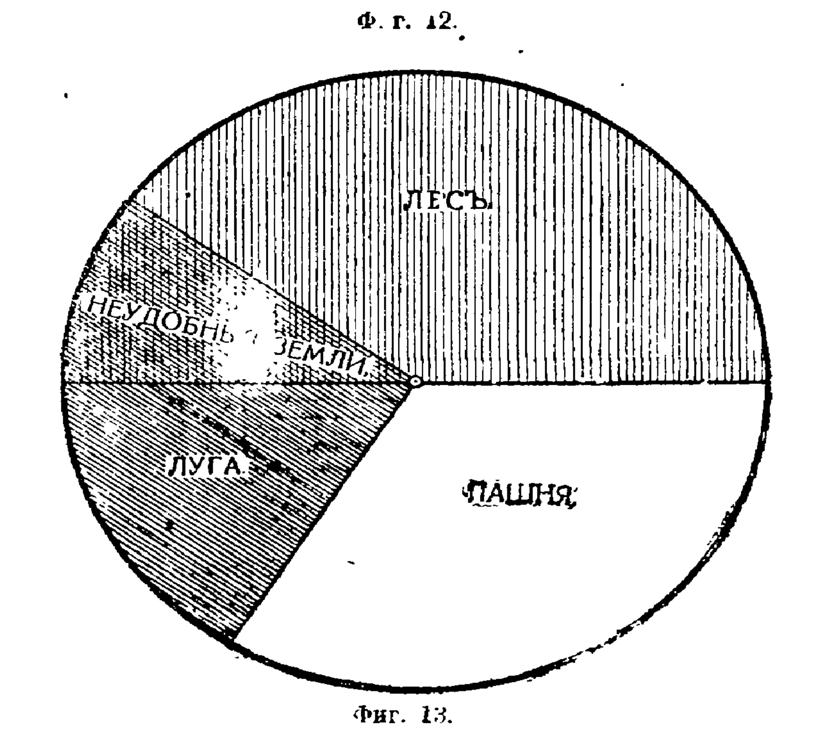
б) Определить, в каком масштабе дана диаграмма.

2) Площади, занимаемые различными частями света, выражаются в квадратных верстах следующими числами.

Южный полярный материк . .	7	милл. кв. верст.
Австралия	8	„ „ „
Европа	9	„ „ „
Южная Америка	16	„ „ „
Северная Америка	21	„ „ „
Африка	26	„ „ „
Азия	39	„ „ „


Чи ло квадратных верст, приходяи ется на одно почтовое учреждение.
Великобритания 10
Германия 10
Франция 40
Австро-Венгрия 50
Соединенные-Штаты 100
Россия 1600
110
120
80
55
150
15
Число почтовых отправлений в год на одного жителя.

Ф. г. 12.


ЛЕСЪ
НЕУДОБНЫЯ ЗЕМЛИ.
ЛУГА.
ПАШНЯ.

Фиг. 13.

Изобразить эти числа при помощи прямоугольников одинаковой высоты. а) Начертить эти прямоугольники один вне другого; б) один внутри другого.

492. 3) Фигура 13 дает сравнительную таблицу угодий Европейской России. Вся площадь угодий Европейской России равна 395 миллионам десятин. Определить, измерив диаграмму транспортиром, сколько десятин находится под лесом, пашней, лугами и неудобными землями, и вычислить в процентах, какую часть всей площади составляют земли каждой категории.

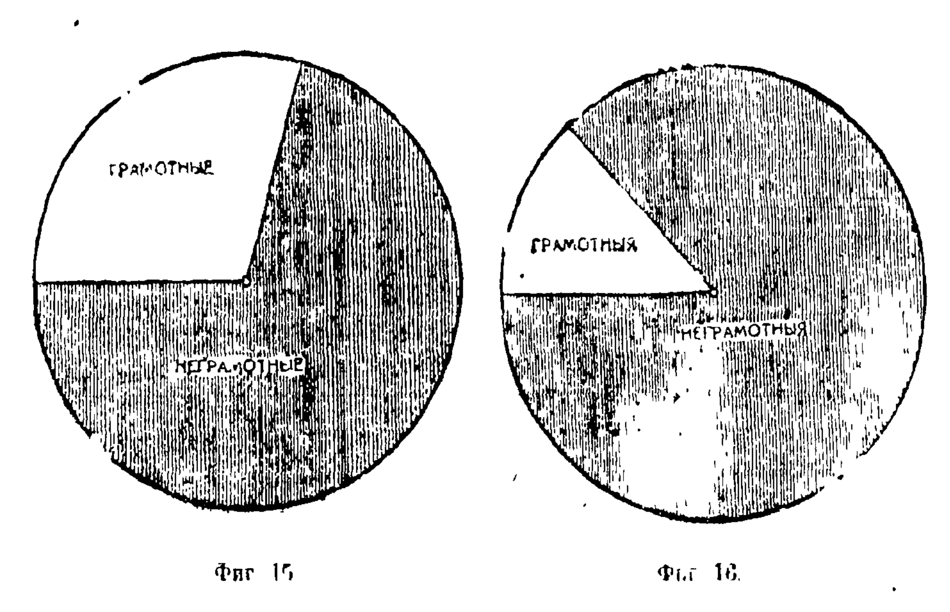
4) Площадь океанов относится к площади суши, как **23** : 9. а) Представить это отношение делением круга на два сектора (воспользоваться транспортиром). б) Поверхность океанов содержит 322 миллиона кв. верст; из них 13 милл. приходится на Северный Ледовитый океан, 27 милл.—на Южный Ледовитый океан, 64 милл.—на Индийский океан, 72 милл.—на

$1\frac{1}{2}$ миллiарда пудовъ

Фиг. 11.

Атлантический океан и 146 милл. на Великий океан; разделить часть круга, изображающую водную поверхность, на секторы, изображающие поверхности отдельных океанов.

492. 5) Фигура 14 дает сравнительную картину добычи каменного угля в различных странах. а) Указать на глаз, какую часть общего количества каменного угля составляет добыча каждой страны, и затем проверить это измерением. б) Вычертить ту же диаграмму в виде круга. в) Определить количество добываемого угля в каждой стране.



Фиг. 15. Фиг. 16.

6) Диаграммы 15 и 16 показывают отношение числа (15) грамотных мужчин к числу неграмотных и (16) грамотных женщин к числу неграмотных в России по данным переписи 1897 года. Определить измерением процент грамотности среди мужского и среди женского населения России; найти в круглых числах общее число грамотных и число неграмотных, если, по данным переписи, в России было 62 480 000 мужчин и 63 160 000 женщин. Построить диаграмму, которая бы указывала отношение числа грамотного населения России к числу неграмотного.

§ 3. Координатная бумага.

Применение координатной (клетчатой) бумаги для графического представления опытных данных.

493. 1) На координатной бумаге построить две взаимно-перпендикулярные прямые (по жирным линейкам клетчатой бумаги), на каждой прямой установить положительное направление. Ту ось, которая на чертеже располагается горизонтально, обычно называют осью x, а ту, которая располагается вертикально, осью y. Тогда, выбрав подходящий масштаб, для каждого числового значения x можно построить соответствующую точку на оси x и для каждого числового значения y построить соответствующую точку на оси y. Если через построенные точки провести прямые, параллельные осям, то они пересекутся в некоторой точке M. Эту точку можно построить также следующим образом: через точку, соответствующую данному значению x провести прямую, параллельную оси y (перпендикуляр к оси x), и на ней построить точку, соответствующую данному значению y. (Построение этих прямых облегчается, благодаря нанесенной на бумагу сетке.) Значения x и y называются координатами точки M.

Построить точки по координатам (масштаб $1 \equiv 1$ см. или $1 \equiv 1$ сотке):

1) $x = 2$, $y = 3$; 2) $x = 5$, $y = 6$;

3) $x = 6$, $y = 5$ 4) $x = 5$, $y = 5$.

2) Сосуд с водой подогревался на газовой горелке. Каждую минуту отмечались показания термометра. Получилась таблица: 18^0, 23^0, 29^0, 36^0, 48^0, 53^0, 59^0, 65^0, 70^0. Изобразить графически изменение температуры. (На оси x-ов изобразить 1 мин. $\equiv$ 1 см., на оси y-ов и на прямых ей параллельных $1^0 \equiv 1$ мм.) Соединить каждые две соседние построенные точки прямыми. Какие выгоды приобретает диаграмма, благодаря проведению ломаной через построенные точки?

Из различных наблюдений над понижением температуры с возрастанием глубины в экваториальной части Тихого океана получены следующие температуры:

Глубина в. м.	Температура по Цельсию.	Глубина в м.	Температура по Цельсию.
0	28,0°	1440	3,0
180	21,7	1620	2,5
360	10,0	1800	2,2
540	7,5	1980	2,0
720	6,2	2160	1,9
900	5,0	2340	1,8
1080	4,2	2520	1,7
1260	3,5	2700	1,6

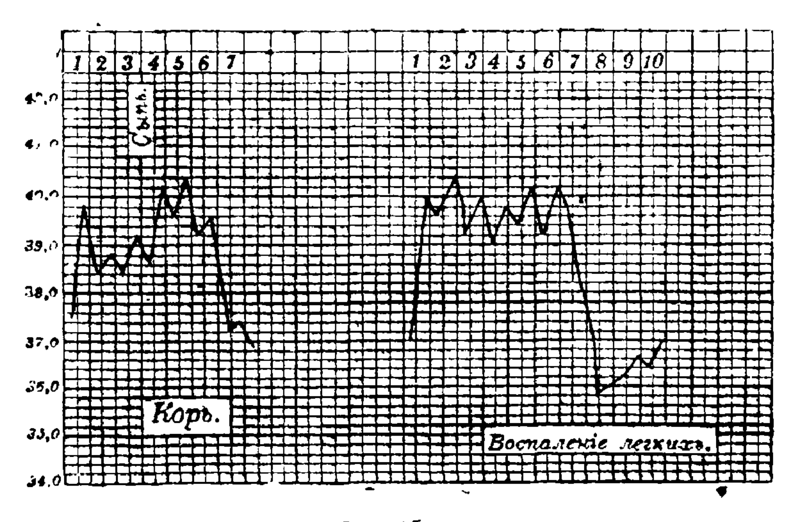
Изобразить в подходящем масштабе изменение температуры с глубиною.

4) Следующая таблица дает температуры, отмеченные термометром с 12 час. дня 15 марта по 12 часов дня 16 марта.

Время.	Температура.	Время	Температура.
15 марта 12 ч. дня.	0°	16 марта 1 ч. ночи.	−1°
» 1 » »	+1,5°	» 2 » »	−1,5°
» 2 » »	+2°	» 3 » »	−2°
» 3 » »	+1,25°	» 4 » »	−3°
» 4 » »	+1°	» 5 » »	−3°
» 5 » »	+0,5°	» 6 » утра.	−3°
» 6 » »	0°	» 7 » »	−2,5°
» 7 » »	−0,25	» 8 » »	−2,5°
» 8 » »	−0,5°	» 9 » »	−1,5°
» 9 » »	−0,5°	» 10 » »	−1°
» 10 » »	−0,5°	» 11 » »	−0,5°
» 11 » »	−1°	» 12 » дня.	−0°
» 12 » ночи.	−1°		

Составить графику изменения температуры в течение суток: 1) отмечая температуры через каждые 2 часа; 2) через каждый 1 час; 3) определить среднюю суточную температуру и построить соответствующую ей прямую, параллельную оси x-в.

493. 5) На фиг. 17 даны температурные кривые, характеризующие изменения температуры при кори и воспалении легких. Измерения температуры производились два раза в



Фиг. 17.

день: утром и в 5 часов дня. Сверху обозначены дни; каждое деление ординаты соответствует 0,2 градуса. Два последовательных измерения соединены между собою прямыми линиями.

а) Определить по кривой больного корью: 1) на сколько падала температура в 1-ю, 2-ю и т. д. до 7-й ночи; 2) когда была самая высокая температура, и как она была высока?

б) Определить по кривой больного воспалением легких: 1) время и размер самой высокой и самой низкой температуры; 2) записать разности температур утром и в 5 часов за каждый день (характеризуя повышения и понижения знаком).

Записать по кривой больного воспалением легких ежедневные повышения температуры за все 10 дней и изобразить их графически при помощи отрезков. По той же кривой определить среднюю температуру за каждый день и представить ее графически.



Фиг. 18.

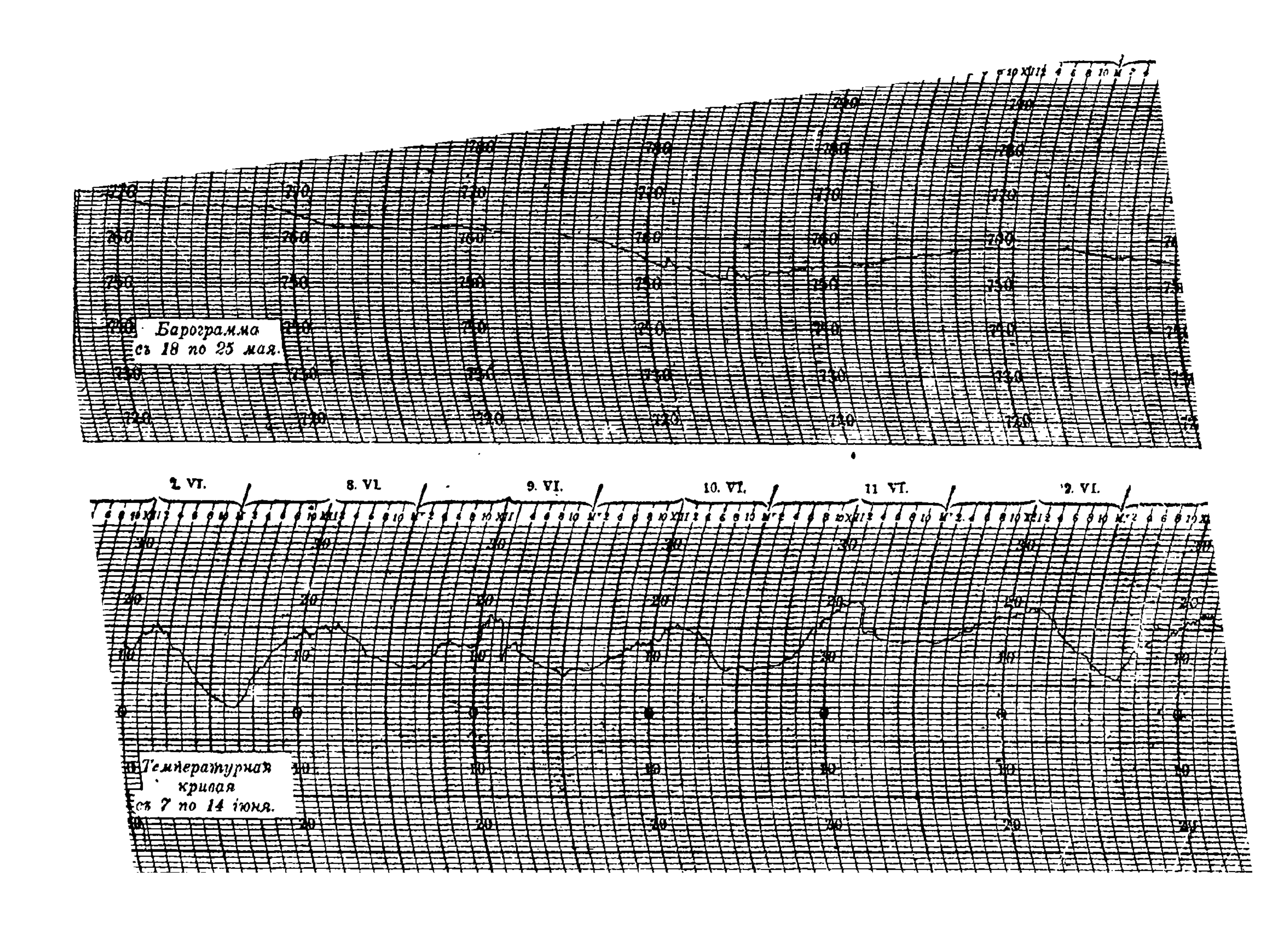
493. 6) На фиг. 18 изображен самопишущий термометр, а на фиг. 19 дана кривая самопишущего термометра с 7 по 13 мая. Определить время и размеры наивысшей и наинизшей температур по отдельным дням, указать время резких изменений температуры, составить таблицу изменений температуры за какой-либо день через каждые два часа и дать графическое изображение этих изменений.

7) По барограмме, данной на фиг. 20, с 18 по 25 мая 1908 г. указать наибольшую и наименьшую высоту барометра (и время) и описать колебания барометра с полудня 21 мая по полдень 22 мая.

Графическое изображение законов явлений на основании ряда наблюдений (измерений).

494. 1) Температура кипения воды повышается с увеличением давления, а именно:

при давлении в	температура кипения	при давлении в	температура кипения
1 атмосферу	100°	8 атмосфер	170,8°
2 „	120,6°	9 „	175,8°
3 „	133,9°	10 „	180,3°
4 „	144,0°	20 „	213,0°
5	152,2°	30 „	236,2°
6	159,2°	40 „	252,5°
7 „	165,3°	50 „	265,9°



Барограмма
съ 18 по 25 мая.
7. VI.
8. VI.
9. VI.
10. VI.
11 VI.
12. VI.
Температурная
кривая
съ 7 по 14 іюня.

Представить графически температуру кипения воды, как функцию давления. При построении этой графики за начало координат удобно взять не 0°, а 100°. Построенные точки соединить от руки сплошной кривой.

494. 2) Объем одного грамма воды содержит кубических сантиметров при температуре в

0°	1,00013	35°	1,00598	70°	1,02260
4°	1,00000	40°	1,00782	75°	1,02569
10°	1,00027	45°	1,00974	80°	1,02890
15°	1,00087	50°	1,01201	85°	1,03224
20°	1,00177	55°	1,01442	90°	1,03574
25°	1,00294	60°	1,01697	95°	1,03938
30°	1,00435	65°	1,01971	100°	1,04327

Представить объем ввиде функции температуры, причем начало координат и масштаб выбрать так, чтобы изменение объема было представлено возможно яснее. Построенные точки соединить от руки сплошной кривой.

Железнодорожные графики.

495. 1) На фиг. 21 (стр. 184, 185) дана графика движения пассажирских поездов одноколейной дороги. На оси x-ов отложено время; по оси y-ов отложены расстояния от Москвы. Разрывными линиями обозначены дальние поезда: почтовый и скорые. а) По внешнему виду диаграммы определить периоды наиболее частых отправлений поездов. б) Пользуясь графикой, составить расписание поездов и отметить поезда почтовый и скорый. в) В промежуток времени от 8 ч. веч. до 9 ч. веч. требуется отправить из Москвы экстренный поезд со скоростью от 40 до 50 верст в час. Построить графику движения этого поезда.

2) По прилагаемому расписанию (см. след. стр. 178) построить его графику (путь одноколейный), делая остановки на платформах 1—2 минуты, на станциях 3—5 минут.

Если каждому значению, которое может принимать какая-нибудь данная величина, соответствует вполне определенное значение

торой другой величины, то эта вторая величина называется *функцией* первой, а первая величина называется *независимой* переменной.

Моск.-Киево-Ворон. ж. д. **Лето 1915 г.** Часы показаны по московск. времени

Москва — Нара.

Черта (—) означает, что поезд не останавливается.
Рамкой (Г) очерчено время от 6 ч. вечера до 5 ч. 59 м. утра.

Расстояния.	Наименование остановочных пунктов.	Малояр. дач. 51.	Курск. пс. 5.	Нарск. дач. 53.	Нарск. дач. 55.	Малояр. дач. 57.	Нарск. дач. 59.	Киевск. ск. 1.	Брянск. пс. 9.	Киевск. пс. 3.
—	Москва	10.10	1.15	3.26	4.45	6.35	7.30	8.35	9.30	12.40
4	Пост Москва II	10.20	1.24	—	—	—	7.40	—	9.39	12.49
10	Очаково	10.35	1.38	3.48	5.06	6.57	7.52	—	9.58	1.05
12	Кострякова пл.	10.41	1.43	3.54	5.12	7.03	7.57	—	10.03	—
17	Переделки	10.50	1.53	4.04	5.22	7.12	8.06	—	10.13	—
22	Внуково	11.01	2.09	4.19	5.34	7.24	8.17	—	10.27	1.40
26	Кагуара Белов.	11.09	2.17	4.27	5.42	7.32	8.25	—	10.36	—
29	Разъезд № 12.	11.16	2.24	4.34	5.49	7.39	8.31	—	10.44	1.56
31	Кокошкинская	11.21	2.29	4.39	5.54	7.44	8.36	—	10.49	—
35	Крекшино	11.31	2.38	4.49	6.04	7.54	8.46	—	10.59	—
39	Апрелевка	11.39	2.49	5.01	6.14	8.03	8.55	—	11.09	2.29
41	Кетрица пл.	11.45	2.54	5.07	6.20	8.09	9.00	—	—	—
45	Алабино	11.53	3.00	5.15	6.28	8.17	9.08	—	11.24	—
51	Раз. № 13 (пл. 51 в.)	12.05	3.11	5.30	6.40	8.31	9.21	—	11.37	2.48
60	Зосимовск. пуст.	12.20	3.25	5.45	6.55	8.46	9.36	—	11.52	—
66	Нара	12.35	3.38	5.54	7.05	9.01	9.45	10.10	12.07	3.12

Нара — Москва.

Расстояния.	Наименование остановочных пунктов.	Киевск. пс. 4.	Брянск. пс. 10.	Нарск. дач. 52.	Киевск. ск. 2.	Малояр. дач. 54.	Курск. пс. 8.	Малояр. дач. 54.	Нарск. дач. 58.	Нарск. дач. 60.
—	Нара	3.55	5.29	6.40	8.13	8.43	1.55	5.05	8.00	10.15
6	Зосимовск. пуст.	4.07	5.41	6.51	—	8.53	2.07	5.16	8.11	10.26
15	Раз. № 13 (пл. 51 в.)	4.22	5.55	7.05	—	9.07	2.20	5.34	8.29	10.40
22	Алабино	4.33	6.08	7.16	—	9.18	2.31	5.47	8.40	10.51
25	Кетрица пл.	—	—	7.24	—	9.26	—	5.56	8.48	10.59
27	Апрелевка	4.55	6.25	7.32	—	9.31	2.45	6.12	8.54	11.08
31	Крекшино	5.03	—	7.40	—	9.39	—	6.23	9.02	—
35	Кокошкинская	5.14	6.42	7.49	—	9.48	—	6.36	9.11	—
37	Разъезд № 12	5.24	6.49	7.54	—	9.53	3.05	6.44	9.18	11.28
40	Кагуара Белов.	5.31	6.56	8.01	—	10.00	3.11	6.55	9.24	11.35
44	Внуково	5.45	7.10	8.14	—	10.09	3.22	7.23	9.32	11.45
49	Переделки	5.58	7.20	8.24	—	10.19	—	7.34	9.42	11.55
54	Вострякова пл.	6.10	7.31	8.35	—	10.30	3.40	7.45	9.53	12.08
56	Очаково	6.20	7.41	8.40	—	10.36	3.47	7.54	10.02	12.12
62	Пост Москва II	6.33	7.53	8.52	—	—	3.58	8.06	—	—
66	Москва	6.40	8.00	9.00	9.40	10.55	4.05	8.15	10.20	12.30

СЕДЬМАЯ ГЛАВА.

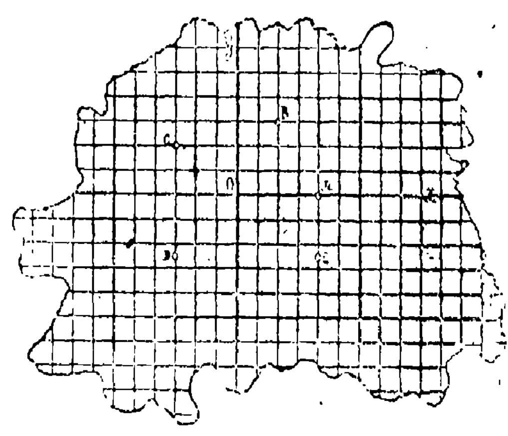
Графическое представление функций.

§ 4. Координаты точки.

496. На клетчатой (координатной) бумаге построить координатные оси. Принимая масштаб 1 = 1 см., построить точки, имеющие координаты:

1) 1;3;	2) — 1;3;	3) 1; — 3.
4) — 1; — 3	5) 7;4;	6) — 7;4.
7) 7; — 4;	8) — 7; — 4;	9) 1,5; 2,4;
10) — 1,5; 2,4;	11) 1,5; — 2,4;	12) —1,5; — 2,4;
13) 5;6;	14) 6;5;	15) 4;3,
16) — 4; — 3;	17) 2; — 1;	18) $\frac{1}{2}$, 1.

497. Пользуясь прилагаемым чертежом (фиг. 21), определить координаты точек: *A*, *B*, *C*, *D*, *E* (сторону клетки принять за единицу).



Фиг. 17.

498. Построив данные точки, определить (на основании чертежа) расстояние между ними, если их координаты равны:

1) (2,7) и (2,3),	3) (2,15) и (2,0),
2) (5,2) и (5,8).	4) (0,5) и (0,0).

499. Какой формулой выражается расстояние между точками A и B, имеющими координаты: 1) (x, y_1) и (x, y_2) 2) (x_1, y) и (x_2, y)? Проверить справедливость составленных формул при значениях координат, данных в предыдущей задаче. Какой смысл имеет знак при числовом значении результата?

500. Вершины прямоугольника расположены в точках (3, 5), (3, — 5) (— 3, + 5), (— 3, — 5); вычислить периметр и площадь этого прямоугольника.

501. Построить точку и определить ее координаты, если она делит пополам расстояние между точками:

1) (5,0) и (9,0); 2) (0,7) и (0,3);
3) (3,2) и (3,8); 4) (2,10) и (12,10);
5) (7,6) и (— 7,6); 6) (— 6,4) и (— 12,4);
7) (— 9,5) и (— 9, — 3); 8) (— 7, — 1) и (— 7, — 5).

502. Пользуясь свойством средней линии трапеции, вычислить координаты точки M — середины отрезка AB — и построить M, если координаты A и B суть:

1) (0,6) и (4,8); 2) (4,0) и (2,8);
3) (5,5) и (9,9); 4) (4,10) и (10,4);
5) (— 3,6) и (3, — 6); 6) (— 6,4) и (6,2).

503. Построить на миллиметровой бумаге точки (1,7), (1,2), (5,7). Пользуясь тем, что бумага разбита на квадратные миллиметры, вычислить площадь треугольника, вершины которого лежат в данных точках.

504. Построить треугольник ABC и вычислить его площадь, если координат вершин A, B, C суть:

1) (2,3), (5,6), (7,1); 2) (5,5), (2,8), (9,13);
3) (— 1,2), (— 2,1), (5,5); 4) (3,1), (5,4), (7,7).

505. Построить точки (0,0), (2,6), (4,1), (3, — 2). Определить площадь четыреугольника, вершины которого лежат в данных точках.

Координатами точки называются два числа, выражающие в определенных единицах расстояния этой точки от двух взаимно перпендикулярных прямых—осей координат (ось x—ось абсцисс, ось y—ось ординат). Значение абсциссы обыкновенно обозначается буквой x, а значение ординаты буквой y. Если задать x и y произвольные числовыя значения, то можно по ним построить точку, имеющую эти значения своими координатами.

Каждой паре чисел, заданных в определенном порядке, соответствует некоторая точка плоскости.

Положительные направления на осях координат обычно выбирают так, что абсциссы точек, расположенных вправо от оси y, оказываются положительными, влево—отрицательными; ординаты точек, расположенных кверху от оси x,—положительными, а точек, расположенных книзу от этой оси—отрицательными.

Точки, обе координаты которых положительны, располагаются в *нормальном* координатном углу.

§ 2. Уравнение прямой.

506. Указать геометрическое место точек, для которых координата y (ордината) имеет значение:

1) 2 2) 1,2; 3) 3; 4) 0.

507. Указать геометрическое место точек, для которых координата x (абсцисса) имеет значение:

1) 3; 2) 2,5; 3) — 1,5; 4) 0.

508. 1) Указать геометрическое место точек, у которых равны друг другу координаты x и y (абсцисса и ордината)

2) Найти геометрическое место точек, имеющих координаты, равные по абсолютному значению, но противоположные по знаку.

509. Построить геометрическое место точек, координаты любой из которых удовлетворяют уравнению:

1) $y = x$; 2) $y = 2x$; 3) $y = \frac{1}{2}x$;

4) $y = -x$; 5) $y = -2x$; 6) $y = -\frac{1}{2}x$.

Проверить, прикладывая линейку, что точки, координаты которых удовлетворяют одному и тому же уравнению, располагаются на прямой.

510. Построить геометрическое место точек (на одном и том же чертеже), координаты которых удовлетворяют уравнению $y = kx$, задавая k значения:

1) 1, 2, 3, 4, 5... 2) 0, $-1, -2, -3$...

3) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$... 4) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$...

511. В каких четвертях располагается построенное геометрическое место при 1) положительных значениях k, 2) отрицательных значениях k? К совпадению с какой осью приближается это геометрическое место 1) при возрастании абсолютного значения k, 2) при убывании абсолютного значения k? Что характеризует в уравнении $y = kx$ **параметр** k (каков геометрический смысл параметра k)?

512. Построить геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют уравнению $y = x + b$, полагая $b = +1, +2, +3$ и $-1, -2, -3$. Из рассмотрения чертежа установить геометрический смысл **параметра** b. Под каким углом наклонена к оси x прямая $y = x + b$?

Как меняется положение прямой линии $y = x + b$ в зависимости от $b \gtreqless 0$?

513. Построить прямые:

1) $y = x + 3$; 2) $y = x - 2$;

3) $y = -x + 3$; 4) $y = -x - 2$.

514. Найти геометрические места точек, координаты которых удовлетворяют уравнениям:

1) $y = 2x + 1$; 3) $y = 3x - 1$; 5) $y = -2x - 3$;

2) $y = 2x + 3$; 4) $y = -2x + 1$; 6) $y = \frac{1}{2}x + 1$.

От значения какого параметра в уравнении $y = kx + b$ зависит **подъем** прямой? Какой **отрезок**, считая от начала, отсекает эта прямая **на оси** y? Каков геометрический смысл **параметров** k и b в уравнении $y = kx + b$?

515. Как располагается графика линейной функции $y = kx + b$, 1) если $k = 0$; 2) если $b = 0$; 3) если k и b оба имеют значение нуль?

516. Какому уравнению удовлетворяют координаты точек прямой: 1) параллельной оси x, 2) параллельной оси y, 3) самой оси x, 4) самой оси y?

517. Построить прямые (на одном и том же чертеже).

1) $y = x + 5$; 2) $y = x - 7$; 3) $y = 3x + 5$,

4) $y = 3x - 7$; 5) $y = -0{,}5x + 5$; 6) $y = -0{,}5x - 7$.

518. Указать, когда прямые $y = a_1x + b_1$ и $y = a_2x + b_2$, будут: 1) параллельны, 2) пересекаться в какой-нибудь точке оси y?

519. При печатании книг за набор платят по 25 коп. с тысячи букв. Выразить формулой зависимость между стоимостью набора и числом букв набора. Построить графику изменения стоимости набора в зависимости от числа букв набора. При построении графики принять 100 букв за 1.

520. Зависимость между показаниями термометров со шкалами Цельсия, Реомюра и Фаренгейта указана на фиг. 11, стр. 138.

Составить формулы для вычисления температуры для шкал Реомюра и Фаренгейта, если температура отсчитывается по шкале Цельсия. Составить формулы обратного перехода. Построить графики полученных функций так, чтобы на одном и том же чертеже были построены графики, изображающие переход: 1) от шкалы Цельсия к шкале Реомюра и обратно, 2) от шкалы Цельсия к шкале Фаренгейта и обратно. Как располагаются построенные графики относительно биссектрисы нормального угла?

521. Следующие уравнения привести к виду $y = kx + b$, т. е. представить y в виде функции x:

1) $2x + 3y = 43$. 2) $bx + ay = c$ 3) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 7$;

4) $3\frac{1}{3}x = 8y$; 5) $\frac{x + y}{x - y} = \frac{1}{2}$; 6) $ax + by = 0$;



Графика движения поездов Московско-Виндаво-Рыбинск… ж. д. между станциями Москва-Новоиерусалимская.

Лето 191… года.

522. Построить прямые:

1) $4x + 3y = 12$; 2) $5x - 2y = 10$; 3) $3x = 4y + 12 = 0$;
4) $6x - y + 12 = 0$; 5) $4y + 1 = 0$; 6) $3x - 1 = 0$.

523. 1) Вычертить графику $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, если а) $a = 3$, $b = 4$; б) $a = -1$, $b = +2$; в) $a = -2$, $b = -3$. Указать геометрический смысл **параметров** a и b.

2) Уравнения, данные в задаче 521, привести, по возможности, к виду $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ и построить соответственные прямые. В каком случае оказывается невозможным привести уравнение к такому виду?

524. Определить площади трапеций, ограниченных осью x, прямою

1) $y = 2x + 3$; 2) $y = 9{,}8x$; 3) $y = 9{,}8x + 1$

и ординатами точек

1) (0,3), (3,9); 2) (0,0), (5,49); 3) (0,1), (5,50).

525. Найти точки пересечения следующих пар прямых, или, иначе говоря, пользуясь графическим изображением соответствующих функций, найти корни следующих систем линейных уравнений с двумя неизвестными:

1) $x + y = 4$, $y = x$;
2) $x + y = 8$, $y = 3x$;
3) $x = y$, $y = -x$;
4) $x + y = 3$, $x - y = 3$;
5) $x = 2y$, $y = 2x$;
6) $x - y = 5$, $x + y = 7$;
7) $x - y = 2$, $y = \frac{x}{2}$;
8) $y - x = 3$, $x + y = 9$;
9) $y - x = 8$, $9x = y$;
10) $x = 3y - 2$, $x = 5y - 12$;
11) $7x - 5y = 15$, $7y - 5x = 3$;
12) $3x - 2y = 11$, $2x + 3y = 16$;
13) $x = 6 - y$, $x = 3y - 4$;
14) $4x + 6y = 5$, $6x + 4y = 5$;
15) $\frac{2x - 1}{2y + 1} = 1$, $x + y = 15$.

526. Пользуясь графическим представлением функций, пояснить, почему следующие пары уравнений не имеют общих решений.

1) $y - x = 5$; $3y - 3x = 6$;
2) $y + x = 7$; $10y = 5 - 10x$;
3) $x - y = 6$; $x = y$,
4) $x + y = 3$; $y = -x$;
5) $x = 3y + 5$; $2x = 10 + 6y$;
6) $2x + 5 = 6y - 9$; $3x + 1 = 9y - 20$.

527. В функции $x = kx + b$ определить k и b так, чтобы

1) $y = 3$ при $x = 2$; $y = 7$ » $x = 4$;
2) $y = 1$ при $x = -1$; $y = 3$ » $x = +1$
3) $y = 0$ » $x = 0$; $y = 3$ » $x = 3$;
4) $y = 0$ » $x = -3$; $y = 9$ » $x = 0$;

В каждом случае дать графическое представление функции.

528. Решить систему уравнений.

$$x + y = 1$$
$$x + ky = 1 - k.$$

При каких значениях k: 1) оба корня положительны? 2) система не имеет общих решений? Каков геометрический смысл последнего случая? Могут ли прямые, соответствующие данным уравнениям, совпасть?

Точки, координатами которых служат значения независимой переменной и соответствующие им значения функции $y = kx + b$, располагаются на некоторой прямой линии. Число k называется угловым коэффициентом прямой; угловой коэффициент характеризует *подъем* прямой по отношению к оси x; число b представляет значение отрезка, отсекаемого прямою на оси y.

Функция $y = kx + b$ называется линейной (первой степени).

Если $b = 0$, то линейная функция характеризует так называемую пропорциональность: $y = kx$. В этом случае прямая, изображающая зависимость между y и x, проходит через начало координат, а угловой коэффициент представляет в то же время коэффициент пропорциональности.

Так как всякое уравнение первой степени с двумя неизвестными x и y может быть решено относительно y, т.-е. приведено к виду $y = kx + b$, то уравнение первой степени с двумя неизвестными называют также уравнением *прямой*. На этой прямой располагаются те точки, координатами которых служат любые пары корней этого уравнения. Таким образом *прямую* можно назвать геометрическим *изображением уравнения первой степени с двумя неизвестными.*

Точки, располагающиеся на одной и той же прямой, параллельной оси x, имеют одну и ту же ординату. Поэтому соотношение $y = b$ называют уравнением прямой, параллельной оси x, как геометрического места точек, ординаты которых равны b.

Точно так же соотношение $x = a$ называют уравнением прямой, параллельной оси y.

Уравнение осей координат суть:

$y = 0$ для оси x.

$x = 0$ для оси y.

Общие корни двух уравнений (системы) с двумя неизвестными представляют координаты общей точки тех прямых, которыми изображаются данные уравнения, т.-е. координаты точки пересечения этих прямых.

Обратная пропорциональность. Ее графическое представление. Бесконечность. Гипербола.

529. 1) Стороны прямоугольника равны x и y; площадь равна s; как выразится зависимость стороны y от x и s? Если s будет сохранять постоянное значение, какие величины будут представлять y и x?

2) Общая формула зависимости между двумя обратно пропорциональными величинами такова: $y = \frac{k}{x}$, где k есть некоторое число.

Построить точки, координаты которых удовлетворяют уравнению $y = \frac{k}{x}$, при $k = 1$, задавая x значение:

а) 1, 2, 3, 4, 5...

б) — 1, — 2, — 3, — 4, — 5...

в) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10} \ldots$

г) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{10} \ldots$

Какие значения принимает ордината при убывающем по абсолютному значению положительном x? отрицательном?

Почему, не имеющему смысла по определению деления выражению $\frac{1}{0}$, можно приписать значение **бесконечность** (∞)?

Какая мысль выражается равенством $\frac{1}{0}=\infty$?

529. 3) Соединить сплошной кривой точки, построенные в предыдущей задаче, округляя линию на глаз. (Кривая эта называется **гиперболой**.) Где расположена часть кривой, соответствующая положительным значениям абсциссы? Где расположена часть кривой, соответствующая отрицательным значениям абсциссы? Что происходит с «ветвями» кривой в точках, абсциссы которых мало отличаются от 0? Связаны ли между собою отдельные ветви гиперболы?

530. Пользуясь графикой функции $y=\frac{1}{x}$, построить графику: 1) функции $y=-\frac{1}{x}$; 2) функции $y=\frac{a}{x}$ при $a=4$; $a=2$; $a=\frac{1}{4}$, $a=\frac{1}{2}$.

531. Какой вид принимает зависимость между y и x $y=\frac{a}{x}$, если уравнение, ее определяющее, освободить от дробей? Решить это уравнение относительно x.

532. По закону Бойля-Мариотта между обьемом v некоторой массы газа и давлением p, под которым находится газ, существует (при неизменной температуре) такая зависимость, что $p \cdot v$ имеет постоянное значение. Представить в виде формулы и графически зависимость между значениями p и v для массы воздуха, которая, находясь под давлением 1 атмосферы, имеет обьем $\frac{1}{2}$ литра.

Функция $y = \frac{k}{x}$ характеризует зависимость между величинами, называемую обратной пропорциональностью.

Кривая, которая изображает изменение функции $y = \frac{k}{x}$ $(k > o)$, называется гиперболой. Она состоит из двух *ветвей*, одна из которых лежит в нормальном углу, а другая в углу, ему вертикальном. Ветви гиперболы неограниченно приближаются к координатным осям по мере удаления точек ее от начала координат.

Прямые, являющиеся осями координат для гиперболы $y = \frac{k}{x}$, называются ее *асимптотами*.

Выражением $\frac{1}{0}$, $\frac{a}{0}$ (при $a \neq 0$), которые сами по себе не имеют смысла, приписывают значение ∞ (бесконечность), потому что функция $y = \frac{k}{x}$ при убывании x *неограниченно* возрастает, т.-е. x можно дать такое малое по абсолютной величине значение, чтобы абсолютное значение y было больше любого заданного числа, напр., чтобы y получило значение, больше 1000000, следует x дать любое значение, меньшее 0,000001.

Так как кривая, изображающая функцию, $y = \frac{1}{x}$, как бы разрывается при $x = 0$, то говорят, что функция $y = \frac{1}{x}$ при $x = 0$ испытывает разрыв.

Выражение „y при $x = 0$ обращается в ∞“ есть сокращенное выражение мысли: „при неограниченно убывающем по абсолютной величине x, абсолютное значение y неограниченно возрастает“.

ОТВЕТЫ.

101. 11) $30 - 3a$; 13) 12498; 15) 2; 17) $19x - 4y$; 19) $9a$; 21) $4y$; 23) $6a + 3b$; 25) a; 27) $5a + 15b$; 29) $8a + 2b + c$; 31) $1{,}1m + 0{,}3n$; 33) $8{,}9a - 3b - 10{,}8c$; 35) $23{,}9m - 0{,}1n - 1{,}2x$; 37) $1\frac{3}{4}a + 2\frac{1}{2}b + 1\frac{1}{2}c$; 39) $\frac{8}{35} - \frac{25}{6}b$. **125.** 1) $9a - 3b$; 3) $12x + 5y$; 5) $20a + 4$; 7) $5x + 11a$; 9) $3x - 8y$; 11) $6x - 15y$; 13) $12x + 2\frac{10}{13}$; 15) $4x - 10y$; 17) $32a - 4c$; 19) $1000x$. **132.** 1) $2a + b$; 3) $0{,}4x - 5$. **133.** 11) $2x - 1$; 13) $76a - 18b$; 15) $45x + 80y$. 17) $14c - 17d$; 19) $35a - 15b + 6c$; 21) $m - 2p$; 23) $59x - 28y - 11z$; 25) $b + c - d$; 27) $y + a - x$; 29) $n - 8p$; 31) $6{,}6p - 7r + 5$. **174.** 1) $9ax - 4by$; 3) 0; 5) $2ab - 10ac + 19bc$; 7) $2abcd$. **187.** 1) $y = 6$; 3) $y = 13$; 5) $y = 40$; 7) $y = 0$; 9) $y = 0$; 11) $y = 0{,}9$. **188.** 3) $5\frac{7}{30}z^2y^3 + 2z^2y$; 5) $9a^2b + 4ab^2$; 7) $17ax^2 - a^2x$; 9) $p^2 + 4p + 2$; 11) $19x^2 + 2x + 7$; **197.** 1) $3b^3 - 2a^2b - 16ab^2 - 6a^3$; 3) a^5b^4; 5) $3a^3b - 2a^2b^2 + 3ab^3$. **205.** 5) $6a + 4b$; 7) $5a - 5b + 5c$; 9) $14a - 21b - 56$; 11) $6ax - 8bx + 10cx$; 13) c. **206.** 5) $3{,}06m^2q - 5{,}67mnq + 11{,}43mpq - 3{,}24mq^2$; 7) $z + 7u$; 9) $16yz + 30y^2 - 16xz + 12xy$; 11) $20xy - 28yz - 6xz$. **218.** 1) $35x^2 - 43x + 12$; 3) $42a^2 + 5ab - 25b^2$; 5) $16a^2 - 33{,}96ab + 14b^2$; 7) $29{,}4x^2 + 0{,}63x - 0{,}06$; 9) $14{,}4y^2 + 5{,}1y - 3$; 11) $20x^2 - 33xy - 27y^2$; 13) $16b^2 + 28ab - 18a^2$; 15) $ad + ae + bd + be + cd + ce$; 17) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$; 19) $312mn - 65n^2$; 21) $192x^2 - 42xy + 5y^2$; 23) $21x^2 - 35y^2 + 37 + xy$. **218.** 1) $25a^2 + 20ab + 4b^2$; 3) $36x^2 - 84xy + 49y^2$; 5) $25c^2 - 10cd + d^2$; 7) $0{,}04a^2 + 0{,}12ab + 0{,}09b^2$; 9) $6{,}25r^2 + 20rs + 16s^2$; 11) $9a^2 + b^2 + x^2 + 6ab - 6ax - 2bx$; 13) $9x^2 + 25y^2 + 4 - 30xy - 12x + 20y$; 15) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$; 17) $1 - 3y + 3y^2 - y^3$; 19) $4x^2 - 25y^2$; 21) $25a^2 - 36b^2$; 23) $256a^4 - 288a^2b^2 + 81b^4$; 25) $\frac{9}{32}c^2d^2 - \frac{1}{16}d^4 - \frac{81}{256}c^4$; 27) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$; 29) $64a^3 - 336a^2b + 588ab^2 - 343b^2$; 31) $36y^2 - 16x^2 + 140ab$; 33) $10c^2 + 6c - 0{,}3$. **238.** 5) 5; 7) 3; 9) 11; 11) 19; 13) $\frac{1}{4}$; 15) 1; 17) 1; 19) 1,7; 21) $\frac{1}{3}$. **234.** 1) 7; 3) 10; 5) 116; 7) 14; 9) брату 1 год; 11) 22,5; 13) 9; 15) 40 и 100. **294.** 17) $-\frac{1}{2}x - \frac{28}{15}y + \frac{2}{3}z + 3v - \frac{7}{10}p$; 19) $-a + 3b - 2d$; 21) $1{,}7m - 7n - 66{,}74p + 7{,}61q$. **295.** 49) $4a - 2b + 10c - 5d$; 51) $-x - 7y + 12u$. **296.** 1) 0; 3) $x + 5y$; 5) $14y + 18z - 32t$; 7) $86a - b + 9c$; 9) $9s + 6r + 19t$; 11) $89x + 29y - 59z$;

13) $5xy^2 - 5x^2y - 9x^3 + 4{,}2y^3$. **309.** 0. **315.** 1) 0. 3) -25; 5) -7; 7) -9.

319. 1) $-10a^2bc + 14ab^2c + 6abc^2$; 3) $6ax - 9bx - 4ay + 6by$; 5) $-10a^2 - 13ab + 3b^2$; 7) $2a$; 9) 4; 11) $25a^2b^2 - 225a^2c^2 - b^2d^2 + 9c^2d^2$; 13) $3a^4 - 26a^3b + 37a^2b^2 - 14ab^3$; 15) $2x^4 - x^3 - 4x^2 + 44x - 21$; 17) $-24 + 43x - 33x^3 + 14x^4$; 19) $a^5b^3 - ab^7 - a^7b + a^3b^5$; 21) $5x^5 - 20x^4y + 14x^3y^2 - 3x^2y^3 + 25xy^4 - 21y^5$; 27) $x^3 - 7x + 6$; 29) $6x^3 + 13x^2 + 2x - 5$; 31) $120x^4 - 26x^3 - 111x^2 + 14x + 24$; 33) $36x^4 - 132x^3 + 157x^2 - 66x + 9$. **323.** 64. **324.** 1) -210; 3) 7.

329. 3) $(x-y)(a-b)$; 5) $(3p-q)(2x-1)$; 7) $(x-y)(n-1)$; 9) $(c+d)(a-b)$; 11) $(x-1)(a+1)$; 13) $(b-1)(a-1)$; 15) $(a+b)(3x-5y)$; 17) $(2n-3y)(5n-7x)$; 19) $(13x-16m)(7x+5n)$; 21) $(2x-5y+1)(a-b)$; 23) $x(a+b)(d-c)$; 25) $x(1-x)(1+x)^2$; 27) $3(2a-b)^2$; 29) $6(a-b)^2$; 31) $(5c-2d)(a-x)$. **330.** 7) $(8ab+3c)^2$; 9) $(11x^2+2)^2$; 27) $(1{,}2ab+0{,}8)(1{,}2ab-0{,}8)$; 31) $4ab$; 33) $(m+n+p)(m-n-p)$; 35) $4xy(x^2+y^2)$; 43) $(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$; 45) $(4a+5b)(16a^2-20ab+25b^2)$; 47) $(3x-1)(9x^2+3x+1)$; 49) $(x+y)^3$; 51) $(3a-b)$; **331.** 1) $(x+2)(x+3)$; 3) $(a-3)(a+2)$; 5) $(a-7)(a+5)$; 7) $(a-2b)(a-b)$; 9) $y(y-8)(y+1)$; 11) $b(b-2)(b+1)$; 13) $(a-3b)(3a-b)$; 15) $(2x+3y)(3y-2x)$; 17) $(6x-y)(5x-y)$; 19) $(r-s)(10r-s)$; 21) $(x-11y)(x-3y)$.

332. 1) $(a-b)(a+b-1)$; 3) $(a+b)^3(a-b)$; 5) $(a+b)^2(a-b)$; 7) $(m+n)^2(m-n)^2(m^2+n^2)$; 9) $x(x+1)(x+2)(x+3)$; 10) $(m+n)(m+n-1)$; 11) $2 \cdot 3 \cdot c \cdot (a-4b)$; 13) $(1-y)(1+y-3x)$; 15) $(4xy)(x+y)^2$. **335.** 7) $3c-d+2f$; 9) $a+2b$; 11) $3x+4y$; 13) $x+3$; 15) $2a+3b$; 17) $1{,}7n-2{,}3p$; 19) $3x^2-5x-7$; 21) $3x+2y$; 23) $3x^2-2y^2$; 25) $a+b$; 27) $\frac{5}{2}x^2-\frac{17}{5}z^3$. **337.** 13) 0,7; 15) 0,2; 17) -1; 19) $-1{,}5$; 21) 4.

350. 39) 1. 41) $\frac{4xy-1}{4xy+1}$; 43) $\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}$; 45) несократ.; 47) a^2+b^2; 49) a^3-b^3; 51) $\frac{(a^2+b^2)(a-b)}{a^2-ab+b^2}$; 53) $\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{a^2+b^2}$; 55) $\frac{a}{b}$; 59) $\frac{5a}{7p}$, 63) $\frac{a}{4a-5b}$; 65) $\frac{2x(7x+6y)}{7x-6y}$; 67) $\frac{a-3b}{a-7b}$; 69) $\frac{a-3b}{a+5b}$; 73) $\frac{x^2-xy+y^2}{5x-7y}$; 75) $\frac{2x+5y}{5-2y}$; 77) $\frac{x+4}{x+6}$; 79) $\frac{a(7x+4y)}{5-ax}$. **359.** 21) $\frac{2(n-m)}{n}$; 23) $\frac{4b-a-2a^2}{b}$, 25) $\frac{3bx+2by-2a^2}{a^2}$. **360.** 1) $\frac{a-b}{2}$; 3) $\frac{a+3b}{6}$; 5) $\frac{a+b}{ab}$; 7) $\frac{ay+bx}{xy}$; 9) $\frac{3}{2a}$; 11) $\frac{3a^2-2b^2}{6ab}$; 13) $\frac{3b-5a}{abn}$; 15) $\frac{3a+15b+ab}{3b}$; 17) $\frac{5ay-5x}{6y}$; 19) $\frac{a+b+c}{abc}$; 21) $\frac{9xy+ax}{15b^2}$; 23) $\frac{a}{9b}$; 25) $\frac{3ab}{4xy}$; 27) $\frac{945a^2c^2-216b^2c^2+616a^2b^2}{504abcy}$; 29) $\frac{63x-37}{24}$; 31) $\frac{14x+23}{60}$; 33) $\frac{100xy-44x^2-98y^2}{77xy}$; 35) $\frac{a}{18x}$. **361.** 3) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$; 5) $\frac{4ab}{a^2-b^2}$; 7) $\frac{1}{2}$;

9) $\frac{60ab}{9a^2-25b^2}$; 11) $\frac{2(a^4+b^4)}{a^4-b^4}$; 13) $\frac{2a-5b}{a(a+b)}$; 15) $\frac{2x}{1-a^2}$; 17) $\frac{3-5x}{3(x+3)}$.
19) $\frac{1}{6(x-1)}$; 21) $\frac{1}{15(x-3)}$; 23) $\frac{6-5x}{6(x+1)}$; 25) $\frac{1+4x+x^2}{1-x^2}$; 27) 0;
29) $\frac{x+3y}{4x+5y}$; 31) $\frac{9}{a-b}$; 33) 0; 35) $\frac{13}{4(b-a)}$; 37) $\frac{5m+10n}{4m-6n}$.
39) $\frac{2b^3}{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}$; 41) $\frac{20}{x^2-1}$; 43) 1; 45) $\frac{(a-b)^2}{a^2+ab+b^2}$;
47) $\frac{3n-p-q-m}{(m-n)(n-p)(r-q)}$; 49) $\frac{4x^2+4xy-4y^2}{x^2-y^2}$.

364. 1) $x^3+x^2+2x+2+\frac{3}{x-1}$; 3) $x^6-x^5+x^4-x^3-x^2-x+1-\frac{2}{x+1}$; 5) $x^4+x^2+\frac{1}{x^2+1}$. **365.** 1) 24; 3) $472\frac{1}{2}$; 5) 5; 7) $3a$; 9) 1; 11) 15; 13) a; 15) $a+b$; 17) 60; 19) $\frac{1}{4}$. **376.** 1) $\frac{2px}{3y^2q}+\frac{7p}{8y}-\frac{q}{4px}$; 3) $\frac{(r+s)(p+q)}{(p-q)(r-s)}$; 5) $\frac{x-y}{x+y}$; 7) 1; 9) $\frac{(x-1)(x+3)(x+5)}{x+1}$; 11) $\frac{35}{3(x+4)}$. **377.** 1) 0; 3) $(x^2+y^2)(x+y)$; 5) $\frac{x-1}{x}$. **378.** 1) $\frac{8}{5x}+\frac{5c}{3ay}-\frac{c}{7z}$; 3) $\frac{2a^2}{5b^2}+\frac{9a}{32b}-\frac{8}{27}$; 5) $\frac{x^2+xy+y^2}{2(x+y)^2}$; 7) $\frac{x+y}{4(x-y)}$; 9) $\frac{2(x^2+2xy+4y^2)}{7xy(x+2y)}$. 11) $\frac{x^2+y^2}{4xy}$; 13) $\frac{(x^2+y^2)(x^4+y^4)}{2}$. 15) $\frac{a-b}{5}$; 17) $\frac{3(a+b)}{4(a^2+ab+b^2)}$; 19) $\frac{2(2y-3)}{x-2}$. 21) $\frac{(2a+3b)^2(4a^2+6a+9)}{(2a-3b)^2}$; 23) $\frac{138xy}{25x^2-49y^2}$. **379.** 1) $\frac{ab+1}{b}$. 3) $\frac{6bx+1}{3b}$; 5) $\frac{a^2b^2+ab+1}{b^2}$; 7) $\frac{x^2+4x+16}{x^2-4x+16}$; 9) $\frac{a+b}{a-b}$. **381.** 5) $\frac{a^2+36}{3(a^2-4)}$; 7) $\frac{xy}{x-y}$; 9) $\frac{x^2+y^2}{xy}$; 11) $\frac{x^2-xy+y^2}{y^2-x^2}$; 13) $\frac{cd}{bd-c}$; 15) a.
388. 1) 64,87 и 64,88; 3) 0,60 и 0,61; 5) 1,66 и 1,67; 7) 0,45 и 0,46.
407. 1) 82,7; 2б) 510 милл. кв. клм.; 4) 255.10^6 клм. **414.** 5) $x=\frac{b}{d}$ 7) $x=\frac{1}{3}$.
439. 1) 4 зол. 66 д.; 3) 1120; 1200; 1280. **442.** 5) 1 ф. $3\frac{1}{6}$ зол.; $46\frac{2}{3}$ зол.

443. 1) $1\frac{1}{3}$; 3) 15 см.; 40 см.; 45 см. $\frac{5}{24}$ мтр.; $\frac{1}{4}$ мтр.; $\frac{13}{24}$ мтр.; 5) 45 мтр.; масш. 1:1000; 500. 7) 2,4 дм.; 9) 9375 кв. мтр. **444.** 9) $1\frac{1}{3}$; 11) -1; 13) 2; 15) 3; 17) 12; 19) 10; 21) 5; 23) 2; 25) $\frac{14}{15}$; 27) 19; 29) 25; 31) -2; 33) $\frac{3}{4}$; 35) 0; 37) тождество. **445.** 1) 28; 3) 25; 5) 2,25; 7) 75; 9) 6; 11) 3,2; 13) 1,5; 15) 2,2; 17) 6; 19) 2; 21) $2\frac{11}{17}$; 23) 36; 25) 60; 27) 16. 29) 7; 31) 3,2.
446. 1) 0,25; 3) 7; 5) 4; 7) 4; 9) $2\frac{2}{13}$; 11) 5. **447.** 1) 7,5; 3) 0,03; 5) 5; 7) $\frac{1}{2}$; 9) 2; 11) 5; 13) 5; 15) 10; 17) $9\frac{59}{85}$. **448.** 5) 1; 7) 5; 9) $\frac{1}{2}$; 11) 10; 13) 7;

15) 0; 2,25; 17) 100; 19) 16; 21) 13; 23) 1,75; 25) 11; 27) 2; 29) 1,75; 31) 5; 33) $-\frac{3}{5}$; 35) $-\frac{1}{4}$; 37) 3. **449.** 11) $\frac{a+b+c}{m}$; 13) $\frac{ab+e}{a}$; 15) $7a-6b$; 17) $\frac{b}{a}$; 19) $\frac{a}{m+n}$; 21) $\frac{a+d}{c+b}$; 23) $\frac{m}{a+1}$; 25) $\frac{c+d}{a-c}$; 27) $\frac{b+c}{a}$; 29) $\frac{ab}{a+b}$; 31) a; 33) ab; 35) $a(b+c)$; 37) $\frac{a}{b+c}$; 39) $\frac{ab}{a-1}$; 41) $\frac{ab}{a-1}$; 43) $\frac{a+b}{b}$; 45) $\frac{abc}{a+b}$; 47) $\frac{a^2+b^2}{2ab}$; 49) ab; 51) ab; 53) $a-b$; 55) $\frac{a-b}{a+b}$; 57) $\frac{m+1}{m-1}$; 59) 0; 61) $\frac{a}{b}$; 63) 1; 65) $\frac{a-mb-bn}{m+n}$; 67) $\frac{an+bm}{cmn}$; 69) b; 71) $\frac{b-a}{2}$; 73) $\frac{a}{2}$; 75) $\frac{7a^2+2ab+3b^2}{2(2a-b)}$; 77) $\frac{b+c}{2}$. **453.** 7) $\frac{np-mq}{p-q}$; 9) $\frac{a^2}{a+1}$; 11) 90. **454.** 1) 16; 32; 48; 3) 2400; 5) 1250; 1750; 1000; 7) 40; 9) 800; 11) 100. **455.** 1) 562923; 3) $8\frac{1}{3}$; 5) 4800; 7) 96; 9) 84202,5; 11) $\frac{100(b-a)}{an}$; 13) $a\left(1-\frac{mp}{100}\right)$; 15) 1,04 руб.; 17) 10%. 19) 375; 21) 21 г. 25) 366. **456.** 9) 14,5 и 17,5; 11) Гипотенуза 30 мтр. **457.** 3) 44 (прибл.); 5) 8; 7) 14; $\frac{abc}{b-a}$; 11) 12; 13) 1 ч. $5\frac{5}{11}$ м. **458.** 1) 4; 3) 8. **460.** 1) $\backsim$ 1,14; 5) $37\frac{7}{9}°$; 7) $9\frac{11}{18}°R$; 9) $-29\frac{9}{11}°C$; 11) $64,4°C$. **462.** 1) $x=8$; $y=4$; 3) 42, 70; 5) 5, 2; 7) 1, −1; 9) 0, 4, 3; 11) −2, 5; 13) 3, 7; 15) 5, 4; 17) 5, 9; 19) 6, 5; 21) 8, 6; 23) 5,5, 3,5, 25) $a(a-b)$, $b(a-b)$. **463.** 1) 10, 2; 3) −3, 2; 5) −5, 0, 5; 7) 4, 13; 9) 7, 18; 11) 2, 9; 13) 27; 15) 3, 0; 17) 20, 3; 19) 9, 10; 21) $\frac{b-b'}{k'-k}$; $\frac{k'b-kb'}{k'-k}$. **464.** 1) 15, 2; 3) 17, 1; 5) 0,71; 0,14; 7) $\frac{a+b}{2}$; $\frac{a-b}{2}$; 9) $\frac{a-b}{m-n}$; $\frac{bm-an}{m-n}$. **465.** 1) 9, 7; 3) 3, 2; 5) 191, −71; 7) 2, 1; 9) 8, 1; 11) −1; $\frac{1}{2}$; 13) −1, 1; 15) 11, 10; 17) $-\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; 19) 7, 4; 21) 10, 10.

466. 1) 2, 3; 3) 0,8, 0,9; 5) 12, 15. **467.** 1) 5, 2; 3) 24, 12; 5) 11, −7; 7) 100, 10; 9) 21, 25; 11) 14, 10; 13) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; 15) 6, 3; 17) 7, 8; 19) −7; −3; 21) 4, 4; 3, 3; 23) 11, 6; 25) 5, 3; 27) 13, 11; 29) 7, 5. **468.** 1) $a+b$, $a-b$; 3) $\frac{a+b}{2}$, $\frac{a-b}{2}$; 5) a^2+ab+b^2, $a-ab+b^2$; 7) a^2+ab+b^2, a^2-ab+b^2; 9) $\frac{a+b}{a}$, $\frac{b}{a-b}$; 11) $\frac{a+b}{a-b}$, $\frac{a-}{a+b}$; 13) $-(a+b)$; $\frac{(a+b)^2}{a-b}$; 15) a b; 17) $2a+b$; $2a-b$; 19) $a+b$, $a-b$; 21) $\frac{aa_1(b_1c_1-bc)}{ab_1-a_1b}$, $\frac{bb_1(ac-a_1c_1)}{ab_1-a_1b}$.

475. 1) 20, 17, 5; 3) 3, 2, 1; 9) 10, 1, 3; 11) $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{2}$; 13) 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$; 15) 2, $\frac{3}{4}$, 1; 17) 4, 3, 2; 19) 10, 6, 5;

21) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, 1; 23) 10, 20, 30. **476.** 1) 15, 12, 10; 3) 9, 9, 9, 8; 6, 3; 5) 5, 3, 1; 7) 5, 3.

9) $x=\frac{2a+b-c}{14}$; 11) 5, 2, 0. **477** 1) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$; 3) 1, 2, 3.

478. 1) $\frac{2}{3}$, 2, $\frac{3}{2}$; 3) 4, 6, 9; 5) 0,5, 0,2, 10; 7) 5, 3, 1.

480. 1) 1, 1,5; 2, 2,5; 3) $u=\frac{m+n+b-a}{2}$; 5) $z=\frac{c-a+3b+2d}{5}$;

7) 5, 4, 1, 3; 9) $x=\frac{a-b+c-d+e}{2}$; $z=\frac{b+c+e-a-d}{2}$.

481. 5) $\frac{ka}{k+1}$, $\frac{a}{k+1}$; 7) $\frac{na-b}{mn-1}$, $\frac{mb-a}{mn-1}$; 9) 32, 18; 11) 6, 2;

13) 14,4; 2,4; 15) 52; 17) 82; 19) a^2-1, $a-1$; 21) $\frac{8}{13}$; 23) $\frac{11}{13}$; 25) $\frac{36}{49}$;

27) 2, $\frac{2}{3}$; 29) 142, 857; 31) 1, 0. **483.** 1) 25, 25, 15; 3) 81, 79, 40;

5) 17, 31, 43; 7) 222, 333, 444; 9) $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{60}$; 11) 531; 13) 0, 0, 0.

484. 1) 65 к. и 75 к. 3) 11, 47; 5) 50, 35; 7) 21, 28; 9) 90, 50; 11) 13, 11; 13) 15, 10; 15) 4800, 4,5%; 17) 150, 30, 40; 19) 228, 221, 117;

21) 40, 65, 1 р. 05 к.; 23) 2,4, 2, 1,8. **485.** 1) $\frac{a}{2}$, $\frac{a}{3}$, $\frac{a}{6}$; 3) 33°, 62°, 85°;

5) $90°+\frac{d-a}{2}$, $90°-\frac{d+a}{2}$; 7) 53, 41, 36, 58. **486.** 1) $5\frac{1}{4}$, $1\frac{3}{4}$;

3) 334,5 9,5; 5) 1495.10³, 1081.10³; 7) 9, 36.

9) $\frac{p(a_1-a-d)}{a_1d+ad_1+dd_1}$; $\frac{p(a_1-a+d_1)}{a_1d+ad_1+dd_1}$. **487.** 1) 20, 30, 60; 3) 60;

5) 4, 12, 48; 7) 6 труб. 5 часов. **489.** 1) 89, 35; 3) $d\cdot\frac{p-b}{a-b}$.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Отдел первый.

ПЕРВАЯ ГЛАВА.

Употребление букв

ВТОРАЯ ГЛАВА.

Четыре основные действия

Отдел второй.

ТРЕТЬЯ ГЛАВА.

Относительные числа.

Отдел третий.

ЧЕТВЕРТАЯ ГЛАВА.

Дроби.

Отдел четвертый.

ПЯТАЯ ГЛАВА.

Уравнение первой степени.

Отдел пятый.

ШЕСТАЯ ГЛАВА.

Таблицы и графики.

СЕДЬМАЯ ГЛАВА.

Графическое представление функций.